



HAL
open science

Modélisation du comportement mécanique des bétons avec prise en compte des propriétés interfaciales : influence du durcissement

Nesrine Salah

► **To cite this version:**

Nesrine Salah. Modélisation du comportement mécanique des bétons avec prise en compte des propriétés interfaciales : influence du durcissement. Mécanique [physics.med-ph]. IMT - MINES ALES - IMT - Mines Alès Ecole Mines - Télécom, 2021. Français. NNT : 2021EMAL0013 . tel-03685205

HAL Id: tel-03685205

<https://theses.hal.science/tel-03685205>

Submitted on 2 Jun 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DES MINES D'ALÈS (IMT MINES ALÈS)

En Mécanique et Génie Civil

École doctorale I2S – Information, Structures, Systèmes
Portée par l'Université de Montpellier

Unité de recherche UMR5508 (LMGC)

MODÉLISATION DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES BÉTONS AVEC PRISE EN COMPTE DES PROPRIÉTÉS INTERFACIALES : INFLUENCE DU DURCISSEMENT

Présentée par Nesrine SALAH
Le 14 décembre 2021

Sous la direction de Anne-Sophie CARO
et Moulay-Saïd ELYOUSSOUFI

Devant le jury composé de

M. Fabrice BERNARD, Maître de conférences, HDR, INSA Rennes	Rapporteur
M. Rachid ZENTAR, Professeur, Institut Mines Télécom Lille Douai	Président du jury
M. Stéphane MOREL, Professeur, Université de Bordeaux	Examinateur
Mme. Céline PELISSOU, Ingénieure de recherche, IRSN	Examinatrice
Mme. Anne-Sophie CARO, Maître assistant, HDR, Institut Mines Télécom Mines Alès	Directrice
M. Moulay-Saïd ELYOUSSOUFI, Professeur, Université de Montpellier	Co-directeur
M. Frédéric DUBOIS, Ingénieur de recherche, CNRS	Membre invité
M. Frédéric JAMIN, Maître de conférences, HDR, Université de Montpellier	Membre invité



UNIVERSITÉ
DE MONTPELLIER


IMT Mines Alès
École Mines-Télécom

Table des matières

Résumé	15
Abstract	17
Introduction générale	19
1 Etat de l'art	23
1.1 Introduction	24
1.2 Généralités sur le mortier et le béton	24
1.2.1 La pâte de ciment	24
1.2.1.1 Le ciment anhydre	24
1.2.1.2 La réaction d'hydratation	25
1.2.2 Les granulats	26
1.2.3 La zone de transition interfaciale (ITZ)	26
1.2.3.1 Mécanismes de formation de l'ITZ	27
1.2.3.2 La minéralogie de l'ITZ	28
1.2.3.3 L'épaisseur de l'ITZ	29
1.2.3.4 Les propriétés élastiques de l'ITZ	30
1.3 Quelques modèles décrivant le comportement du béton	31
1.3.1 Approches linéaires macroscopiques	31
1.3.1.1 Bornes de Voigt et Reuss (vr)	32
1.3.1.2 Schéma en solution diluée (sd)	32
1.3.1.3 Modèle de Christensen et Lo (cl)	32
1.3.1.4 Bornes de Hashin et Shtrikman (hs)	32
1.3.1.5 Modèle de Mori-Tanaka (mt)	33
1.3.2 Approches non linéaires macroscopiques du comportement du béton	35
1.3.2.1 Concept de la contrainte effective	36

1.3.2.2	Modèles d'endommagement isotrope de Mazars	36
1.3.3	Modèles numériques mésoscopiques du béton	38
1.4	Conclusion	42
2	Vers une approche cohésive	43
2.1	Introduction	44
2.2	Mécanique classique de la rupture	44
2.2.1	Mécanique linéaire de la rupture	44
2.2.1.1	Description du champs des contraintes en pointe de fissure	45
2.2.1.2	Bilan énergétique de Griffith	46
2.2.1.3	Formule d'Irwin	47
2.2.2	Mécanique non-linéaire de la rupture	47
2.2.2.1	Extension de la théorie de Griffith	47
2.2.2.2	Intégrale de Rice	48
2.2.3	Limites de la mécanique classique de la rupture	48
2.2.3.1	Amorçage de la fissure	48
2.2.3.2	Évolutions temporelle et spatiale de la fissuration	49
2.3	Modèles de zone cohésive (CZM)	50
2.3.1	Décomposition dans le repère normal/tangent	52
2.3.2	Contact unilatéral de Signorini et frottement de Coulomb	53
2.3.3	Loi cohésive retenue	53
2.3.4	Critères d'initiation et de propagation de l'endommagement	54
2.3.5	Avantages des CZM	56
2.3.6	Inconvénients des CZM	56
2.4	Approche par Éléments Finis Cohésifs Volumiques (EFCV)	57
2.4.1	Approche multicorps et complémentarité volumique-surfacique	57
2.4.2	Formulation variationnelle	58
2.4.3	Méthode Non-Smooth Contact Dynamics (NSCD)	60
2.4.4	Choix du schéma d'intégration	60
2.5	Conclusion	61
3	Volume élémentaire représentatif numérique (VERN)	63
3.1	Introduction	64
3.2	Volume Élémentaire Représentatif	64
3.2.1	Existence	64
3.2.2	Motivations	65
3.2.3	Définition du VER	65
3.3	Méthodologie de construction d'un VERN	65
3.3.1	Données du Volume Élémentaire Représentatif Expérimental (VERE)	66
3.3.2	Choix de la taille du VERN	66
3.3.3	Choix de la forme des particules	67
3.3.4	Génération de la mésostructure du VERN45	68
3.3.4.1	Génération des tailles	68

3.3.4.2	Discrétisation régulière de l'espace des tailles	69
3.3.4.3	Discrétisation non régulière de l'espace des tailles	70
3.3.5	Mise en place des particules générées	71
3.3.6	Génération des coupes 2D à partir de l'éprouvette 3D	71
3.3.7	Isotropie de la distribution des inclusions	72
3.3.7.1	Principe du covariogramme	74
3.3.7.2	Calcul du covariogramme	75
3.4	Conclusion	79
4	Modélisation numérique du comportement mécanique du béton en compression	81
4.1	Introduction	82
4.2	Identification des paramètres cohésifs à partir des essais locaux	82
4.2.1	Comportement de l'interface pâte / granulat : données expérimentales	83
4.2.1.1	Données matériaux	83
4.2.1.2	Dispositif expérimental	83
4.2.1.3	Données expérimentales	85
4.2.2	Modélisation numérique de l'essai à l'échelle locale	87
4.2.2.1	Conditions aux limites	88
4.2.2.2	Calibration des paramètres cohésifs	88
4.2.3	Bilan de l'étude à l'échelle locale	91
4.3	Calibration des paramètres à l'échelle du VER	91
4.3.1	Méthode d'ajustement du modèle et paramètres de l'étude	91
4.3.1.1	Conditions aux limites	91
4.3.1.2	Paramètres élastiques	91
4.3.1.3	Méthodologie proposée pour la calibration des paramètres cohésifs	93
4.3.2	Choix du maillage	96
4.4	Applications	98
4.4.1	Validation de la méthode linéaire	99
4.4.2	Etude du durcissement	99
4.4.2.1	Réponse mécanique globale	99
4.4.2.2	Analyse du processus de rupture	101
4.4.2.3	Mode et phases intervenant dans la rupture	102
4.4.2.4	Faciès de rupture	106
4.4.2.5	Proposition de relation entre variables locales et globales	106
4.4.3	Étude de la réponse mécanique du béton dégradé	107
4.4.4	Influence de la fraction solide	112
4.4.4.1	Génération de la mésostructure du VERN35	112
4.4.4.2	Réponse mécanique globale	114
4.4.4.3	Comportement pré-pic : analyse des mécanismes conduisant à la rupture	115
4.4.4.4	Comportement post pic : analyse des faciès de rupture	118
4.5	Conclusion	119

5	Étude de sensibilité des paramètres influents sur la réponse mécanique du béton en compression	121
5.1	Introduction	123
5.2	Étude de l'influence de la rigidité linéique de l'interface pâte/granulat sur la réponse mécanique d'un VER de béton en compression	123
5.2.1	Influence de la rigidité interfaciale sur l'initiation de l'endommagement	124
5.2.2	Influence de la rigidité interfaciale sur le mode de rupture	126
5.3	Étude par criblage des facteurs influents sur la résistance maximale en compression	127
5.3.1	Intérêt de l'étude de criblage	127
5.3.2	Paramètres faisant l'objet de l'étude de criblage	128
5.3.3	Objectif de l'étude de criblage	128
5.3.4	Choix du modèle mathématique	129
5.3.5	Choix du plan d'expériences	130
5.3.6	Analyse des résultats de l'étude de criblage	131
5.3.6.1	Étude de criblage dans le cas d'une rigidité interfaciale pâte/granulat extrinsèque	131
5.3.6.2	Étude de criblage dans le cas d'une rigidité interfaciale pâte/granulat intrinsèque	137
5.3.7	Bilan de l'étude de criblage	142
5.4	Conclusion	143
6	Conclusion générale et perspectives	145
6.1	Conclusion générale	146
6.2	Perspectives	148
	Bibliographie	148
	Table des matières	

Table des figures

1.1	Illustration simplifiée de la microstructure du béton	25
1.2	Évolution de la résistance en compression du béton en fonction du temps de durcissement pour différentes classes de ciment I, V, VF et IF [38]	25
1.3	Évolution de la résistance à la compression du béton et du taux d'hydratation en fonction du temps de durcissement de la pâte de ciment [112]	26
1.4	Observation de la zone de transition interfaciale par microscopie électronique à balayage pour différents niveaux de grossissements (50x , 200x et 400x, respectivement de gauche à droite) [15]	27
1.5	Illustration des modèles d'ITZ proposés par Barnes (gauche) [5] et Monteiro (droite) [82]	28
1.6	Illustration des modèles d'ITZ proposé par Zimbelmann (gauche) [135] et Bentur (droite) [10] respectivement.	29
1.7	Distribution de la porosité mesurée en fonction de la distance à l'interface pâte/granat sur un mortier âgé d'un an avec un rapport E/C = 0.4 [74]	29
1.8	Schématisation du principe d'homogénéisation.	31
1.9	Rapport $\frac{K_{eff}}{\mu_1}$ en fonction de la fraction volumique pour $K_1 = \mu_1 = 1$ et $K_2 = \mu_2 = 10$ dans le cas d'un composite constitué de sphères réparties aléatoirement.	35
1.10	Modélisation du comportement uniaxial du béton d'après Mazars [78]	38
1.11	Modèle de béton numérique développé par Mounajed [86] maillé en 2D (à gauche) et 3D (à droite).	39
1.12	Modèle de l'EPFL : (a) Maillage 3D du squelette granulaire. (b) Méthode de décomposition en sous-domaines [56]	40
1.13	Modèle de TU Delft : représentation du VER de béton défini par une grille d'éléments finis [109]	40
1.14	Modèle de béton numérique de Keinde [69]	41

1.15	Méthodologie d'obtention de la taille du VER [69].	41
2.1	Séparation d'un milieu continu de part et d'autre d'une interface A.	44
2.2	Représentation schématique des différents modes de rupture	45
2.3	Grandeurs présentes dans l'intégrale de Rice.	48
2.4	Zone de stabilité de la propagation de la fissure	50
2.5	Schéma décrivant une fissure cohésive.	50
2.6	Modèle de Barenblatt [4] (gauche) et Modèle de Dugdale [28] (droite).	51
2.7	Décomposition du saut de déplacement	52
2.8	Contact unilatéral de Signorini et frottement de Coulomb	53
2.9	Loi cohésive utilisée : en traction pure (à droite) et en cisaillement pur (à gauche).	54
2.10	Loi intrinsèque (noir) et loi extrinsèque (bleu)	57
2.11	Approche multicorps et complémentarité volumique surfacique	58
2.12	Illustration du domaine d'étude dans le cas d'un calcul EFCV.	59
2.13	Schématisme de la résolution NSCD ; où H est une application linéaire duale de H^* ($H^* = H^T$) qui dépend du déplacement. Ces deux applications permettent le passage entre les deux échelles (locale et globale) pour les déplacements et les réactions.	60
3.1	Béton représenté à différentes échelles	64
3.2	Courbe granulométrique expérimentale des granulats calcaires 4/16 (mm)	67
3.3	Modélisation du béton avec des particules sphériques (à gauche) et polygonales (à droite) [96].	68
3.4	Différents exemples de distributions cumulées [126]	70
3.5	Dépôt virtuel des granulats dans la boîte.	71
3.6	Courbe granulométrique résultante du remplissage, comparée à la courbe expérimentale.	72
3.7	Illustration de coupe réalisée pour la vérification de l'isotropie	73
3.8	Courbe granulométrique résultante de l'intersection d'un plan 2D avec l'éprouvette 3D, et courbe granulométrique expérimentale.	73
3.9	Structure multi-échelles d'un béton [3]	74
3.10	Covariogramme du milieu étudié dans les trois directions $\theta = 0^\circ, 45^\circ$ et 90°	76
3.11	Algorithme de construction du VER numérique, représentatif d'un matériau réel.	78
4.1	Dimension de l'éprouvette utilisée dans l'essai de cisaillement à l'échelle locale [106]	83
4.2	(de gauche à droite) Schéma [61], outil expérimental et principe de l'essai de cisaillement [65].	84
4.3	Outil expérimental pour la corrélation d'image (à gauche) et (au centre) et zone de calcul du déplacement par corrélation d'image dans l'essai de cisaillement (à droite) [65].	84

4.4	Courbes contraintes-déformations obtenues (à gauche) lors d'un essai de cisaillement pour différents temps d'hydratation (à droite) au 40 ^{ème} jour d'hydratation et pour différentes contraintes de confinement [65].	85
4.5	Évolution de la résistance maximale (à gauche) et du module tangentiel (à droite) en fonction du temps d'hydratation [65].	86
4.6	Évolution de l'énergie de rupture [65] (à gauche) et de la résistance tangentiel en fonction de la contrainte normale (à droite).	86
4.7	Géométrie maillée	87
4.8	Conditions aux limites modélisées pour l'essai de cisaillement.	88
4.9	Méthode de correction de la partie de mise en place sur les courbes expérimentales [106].	88
4.10	Calage du modèle numérique avec les résultats expérimentaux pour différents temps d'hydratation (à gauche) et différents contraintes de confinement (à droite) [106].	90
4.11	Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques sur la phase post-rupture.	90
4.12	Dispositif de l'essai expérimental : (a) : Jauges de mesure de la déformation de type PL-20-11-1L de 20 mm de longueur (quatre jauges ont été utilisées par éprouvette), (b) : Système d'acquisition (montage en quart de pont) pour la mesure des déformations axiale et radiale sur l'éprouvette et (c) : Presse de compression	92
4.13	Conditions aux limites de l'éprouvette utilisée pour la simulation de l'essai de compression	93
4.14	Schéma illustratif de profil de déformation (à gauche) et modélisation élastique en 2D d'un essai de traction sur une pâte de ciment (à droite).	95
4.15	Profils de déplacement et de contrainte tout au long de la ligne médiane de l'éprouvette obtenus par la modélisation de l'essai de traction.	95
4.16	Décomposition de l'énergie cohésive en prenant en considération le paramètre de correction numérique afin d'étudier la convergence du maillage.	98
4.17	Évolution de la résistance maximale à la compression pour une éprouvette du béton numérique en fonction du nombre d'éléments.	99
4.18	Validation de la réponse élastique linéaire du VER (numérique en bleu) avec la méthode Mori-Tanaka (en orange) pour différents temps d'hydratation.	100
4.19	Évolution de la réponse mécanique du VER au cours de l'hydratation.	100
4.20	Validation expérimentale/numérique et estimation selon l'Eurocode de l'évolution de la résistance mécanique au cours du durcissement.	101
4.21	Différents mécanismes possibles conduisant à l'endommagement du béton sous compression [120]	104
4.22	De gauche à droite : Courbe contrainte -déformation , modes de rupture locaux au cours de l'essai de compression et contribution de chacune des phases dans la rupture du VERN45.	105
4.23	Faciès de rupture du volume élémentaire représentatif numérique à 45% de fraction solide (VERN45) testé en compression à différents stades d'hydratation.	106

4.24	La réponse mécanique du béton pré-endommagé.	108
4.25	Du haut vers le bas : Courbe contrainte-déformation , Modes de rupture locaux au cours de l'essai de compression et Contribution de chacune des phases dans la rupture du VER pré-endommagé.	108
4.26	Schéma illustrant les paramètres utilisés pour l'étude de β	109
4.27	Evolution de α en fonction de β selon le $\frac{d_t}{d_c}$; (a) dans le cas $d_c \ll d_t$ (extrinsèque) et (b) dans le cas contraire (intrinsèque).	111
4.28	Évolution de la densité de longueur endommagée pour différentes éprouvettes pré-endommagées	112
4.29	Distribution granulométrique numérique et expérimentale du VERN à 35 et 45 %	113
4.30	Covariogramme dans les trois directions $\theta = 0^\circ, 60^\circ$ et 90° afin de vérifier l'isotropie de la répartition spatiale du VERN chargé à 35%	114
4.31	Comparaison de la réponse mécanique du béton numérique pour différents temps d'hydratation pour les fractions solides de 45% et 35%	114
4.32	Mécanismes d'endommagement et modes de rupture des VERNs testés en compression uniaxiale pour les temps d'hydratation 2, 7 et 28 jours respectivement.	116
4.33	Évolution de la résistance maximale des bétons numériques 45 % et 35 % pour différents rapports $\frac{E_p}{E_g}$	117
4.34	Covariogrammes moyennés sur toutes les directions du VERN35 et VERN45.	118
4.35	Faciès de rupture des VERN35 testés en compression à différents stades d'hydratation	119
5.1	Suivi de l'évolution de l'endommagement ainsi que des faciès de rupture à travers les valeurs de β dans le cas d'une très grande valeur de rigidité interfaciale (EXT) et une autre cent fois inférieure (INT).	125
5.2	Du haut vers le bas : réponse globale du matériau, mode de rupture principal et phases contribuant à l'initiation de l'endommagement dans le cas extrinsèque (gauche) et intrinsèque (droite).	126
5.3	Points expérimentaux (expérience numérique) et réponse du modèle à l'aide d'une régression multilinéaire (étude de criblage-cas extrinsèque) pour les deux réponses : Y1 (à gauche) et Y2 (à droite).	133
5.4	Résidus pour les deux réponses σ_{max} et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$	134
5.5	Les droites de Henry pour les deux réponses σ_{max} et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$	134
5.6	Digrammes des effets linéaires de la réponse σ_{max} (gauche) et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$ (droite).	136
5.7	Diagrammes des effets Pareto individuels respectivement pour les réponses σ_{max} et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$	136
5.8	Graphe des effets Pareto cumulés pour les réponses σ_{max} et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$	137

5.9	Points expérimentaux (expérience numérique) et réponse du modèle (étude de criblage-cas intrinsèque) pour les deux réponses : Y1 (à gauche) et Y2 (à droite).	138
5.10	Étude graphique des résidus pour les deux réponses.	139
5.11	Les droites de Henry pour les deux réponses.	139
5.12	Diagrammes des effets linéaires de la réponse Y1 : σ_{max} (gauche) et Y2 : $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$ (droite) de l'étude de criblage-cas intrinsèque.	141
5.13	Diagrammes des effets Pareto individuels respectivement pour les réponses σ_{max} et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$	142
5.14	Diagrammes des effets Pareto individuels respectivement pour les réponses σ_{max} et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$	142

Liste des tableaux

1.1	Valeurs du coefficient "a" donnant le rapport entre le module d'Young de la pâte et celui de l'ITZ selon différents auteurs.	30
2.1	Paramètres de la loi cohésive Mal utilisée dans cette étude	58
3.1	Types d'information de construction d'un VER	66
3.2	Paramètres permettant de générer une distribution granulométrique cible	69
4.1	Les données matériaux [65].	83
4.2	Paramètres cohésifs pour différents temps d'hydratation	89
4.3	Paramètres cohésifs pour différentes contraintes de confinement au 40 ^{ème} jour d'hydratation.	89
4.4	Propriétés mécaniques des phases et Paramètres numériques	92
4.5	Paramètres cohésifs déterminés pour différents temps d'hydratation.	96
4.6	La longueur de la zone cohésive ainsi que les estimations l_{m1} et l_{m2} correspondant respectivement à $\frac{L_{cz}}{3}$ et $\frac{L_{cz}}{5}$	96
4.7	Tableau récapitulatif de l'étude de convergence au maillage dans le composite, présentant les résultats en termes de résistance maximale de la pâte en fonction de la taille de maille.	98
4.8	Valeurs de résistances maximales et rapport en % de $\frac{\sigma_{ini}}{\sigma_{max}}$ pour un VER de 35 % en fraction solide pour différents temps d'hydratation	102
4.9	Taux d'endommagement en (%) à la sortie de la phase linéaire et au pic de la courbe contrainte-déformation en fonction du temps d'hydratation	102
4.10	Tableau résumant pour différents temps d'hydratation les valeurs de résistance maximale et le rapport en % de $\frac{\sigma_{ini}}{\sigma_{max}}$ pour un VER de 35 % en fraction solide.	117

4.11	Pourcentage d'endommagement local et déformation à la sortie de la phase linéaire par rapport à leurs valeurs au pic (%) en fonction du temps d'hydratation	118
5.1	Paramètres faisant l'objet de l'étude de criblage. Les X_i sont les facteurs correspondants à chaque paramètre cohésif dans l'étude de criblage.	128
5.2	Intervalles des paramètres de l'étude de criblage.	128
5.3	Objectifs de l'étude de criblage	129
5.4	Paramètres de l'étude de criblage	131
5.5	Les réponses expérimentales maximale, minimale, leur moyenne ainsi que le centre, par rapport à l'objectif Y1 de l'étude de criblage-cas extrinsèque.	131
5.6	Les réponses expérimentales maximale, minimale, leur moyenne ainsi que le centre, par rapport à l'objectif Y2 de l'étude de criblage-cas extrinsèque.	131
5.7	Analyse de la variance de la réponse Y1 dans l'étude de criblage -cas extrinsèque.	132
5.8	Analyse de la variance de la réponse Y2 dans l'étude de criblage -cas extrinsèque.	132
5.9	Coefficients de corrélation et écarts types issus de l'analyse de la variance de l'étude de criblage dans le cas extrinsèque.	133
5.10	Valeurs des coefficients identifiés à l'issue du criblage et leur significativité (pour chacune des réponses σ_{max} (gauche) et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$ (droite))	135
5.11	Les réponses expérimentales maximale, minimale, leur moyenne ainsi que le centre, par rapport à l'objectif Y1 de l'étude de criblage-cas intrinsèque.	137
5.12	Les réponses expérimentales maximale, minimale, leur moyenne ainsi que le centre, par rapport à l'objectif Y2 de l'étude de criblage-cas intrinsèque.	137
5.13	Analyse de la variance de la réponse Y1 dans l'étude de criblage -cas intrinsèque.	138
5.14	Analyse de la variance de la réponse Y2 dans l'étude de criblage-cas intrinsèque.	138
5.15	Coefficients de corrélation ainsi que les écarts types pour les deux réponses de l'étude de criblage avec des rigidités intrinsèques au niveau de l'interface pâte de ciment/granulat.	138
5.16	Tableaux permettant de donner respectivement les coefficients liés au facteurs significatifs de la première réponse σ_{max} et la deuxième réponse $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$	140
5.17	Bilan des deux études de criblage.	143

Résumé

L'objectif de ce travail de thèse est de comprendre et caractériser les mécanismes locaux de déformations mis en jeu lors de la sollicitation jusqu'à rupture d'un échantillon de béton en compression. Ainsi, il s'agit d'établir une corrélation entre ces mécanismes locaux et la réponse macroscopique du matériau. Le béton est considéré comme un matériau multiphasique associant pâte, granulats et zones de transition interfaciale (ITZ). Compte tenu de ce caractère multiphasique, la sollicitation est localement multiaxiale. La compréhension des mécanismes locaux de déformation engendrés repose sur une modélisation numérique de l'essai réalisé. La construction d'un volume élémentaire représentatif (VER) au plus proche du matériau testé expérimentalement a fait l'objet d'une partie de cette thèse. Les modèles de zone cohésive sont adoptés pour décrire le comportement mécanique de l'interface pâte/granat et de simuler la fissuration dans la pâte. L'identification des paramètres de ces modèles s'appuie sur des essais expérimentaux réalisés à l'échelle locale (caractérisation de l'interface pâte/granat) et à l'échelle mésoscopique (caractérisation de la pâte). Cette modélisation numérique a ensuite été utilisée afin de déterminer les paramètres gouvernant l'initiation de l'endommagement ainsi que la résistance maximale. Une analyse de sensibilité a été réalisée par une méthode de criblage. Ce travail montre que l'endommagement est fortement affecté par la qualité d'interface pâte/granat. Suivant la rigidité interfaciale, il s'initie au niveau de cette interface ou dans la pâte. La résistance maximale est quant à elle reliée à la contrainte cohésive en mode II dans la pâte de ciment. Ce modèle a été ensuite utilisé pour étudier les mécanismes d'endommagement et de rupture mis en jeu lors du durcissement du béton. Enfin, l'influence de la fraction de granulats sur le comportement pré-pic et post pic du béton est discutée.

Mots-clés :

Béton, VER, transition d'échelle, ITZ, Modèle de Zone Cohésive, essai de compression, endommagement.

Abstract

The aim of this thesis is to understand and characterize the local mechanisms of deformation involved in the failure of a concrete sample in compression test. Thus, it is a question of establishing a correlation between these local mechanisms and the macroscopic response of the material. Concrete is considered as a multiphase material associating cement paste, aggregates and interfacial transition zones (ITZ). Because of its multiphase character, the stress is locally multiaxial. Understanding local mechanisms of generated deformation is based on a numerical modeling. The construction of a representative elementary volume (REV) as close as possible to the experimentally tested material was a part of this thesis subject. Cohesive zone models are adopted to describe the mechanical behavior of the cement paste/aggregate interface and to simulate cracking in the paste. The identification of the parameters of these models is based on experimental tests carried out at the local scale (characterization of the cement paste/aggregate interface) and at the mesoscopic scale (characterization of the cement paste). This numerical modeling was then used to determine the parameters governing the initiation of damage and the strength. This sensitivity analysis was performed by a screening method. This work shows that the damage is strongly affected by the quality of the cement paste/aggregate interface. Depending to the interfacial stiffness, it is initiated at the interface or in the cement paste. The strength is related to the mode II cohesive stress of the cement paste. This model was then used to study the damage and failure mechanisms involved during the hardening of concrete. Finally, the influence of the aggregate fraction on the pre-peak and post-peak behavior of concrete is discussed.

key words :

Concrete, REV, scale transition, ITZ, Cohesive Zone Model, Compression test, damage.

Introduction générale

Contexte de l'étude

Le béton assure l'essentiel de l'activité dans les domaines de l'ingénierie civile. Il est le matériau de construction le plus utilisé en France. Néanmoins, scientifiquement, il reste encore perçu comme un matériau très complexe et fait toujours l'objet de nombreux travaux de recherche afin d'améliorer la description de son comportement endommageable et la compréhension des différents mécanismes à l'origine de cet endommagement. En effet, les propriétés du béton peuvent être perçues à court terme à travers son comportement mécanique en fonction du temps d'hydratation (lors du durcissement), et également à long terme, en étudiant les conditions de son vieillissement et de sa dégradation qui peuvent affecter sa durabilité. Ainsi, une bonne compréhension du comportement de ce matériau permet d'optimiser sa performance, sa durée de vie et sa sûreté notamment pour les ouvrages en béton à longue durée de vie, comme les ponts, les barrages, ou encore les centrales nucléaires. Par ailleurs, le béton peut-être décrit différemment selon l'échelle d'observation. La plus grande échelle est celle de la structure dont la taille peut varier de plusieurs mètres ou dizaines de mètres suivant les cas (bâtiments, fondations...) et jusqu'à des centaines de mètres pour les grandes structures (ponts de grande portée, ...). L'échelle macroscopique quant à elle se situe entre les dizaines et les centaines de centimètres. On peut à cette échelle modéliser des éléments isolés de structures. À cette échelle, le béton est considéré comme un ensemble statistiquement homogène. À l'échelle mésoscopique, le béton est considéré comme un composite hétérogène, composé de granulats (de plusieurs millimètres à quelques centimètres de diamètres) noyés dans une matrice cimentaire qui elle-même peut être modélisée en utilisant une plus petite échelle dite échelle microscopique, qui représente la microstructure du matériau et elle est de l'ordre du millimètre. Ainsi, pour décrire avec précision le comportement mécanique du béton, différents types de paramètres d'entrée sont pris en compte pour chacune de ces échelles.

Échelle de l'étude

Le caractère multi-phasique a des conséquences sur le comportement mécanique du béton. Pour les étudier, une modélisation à l'échelle mésoscopique est nécessaire. Par ailleurs, à cette échelle, la présence des granulats modifie la microstructure de la pâte de ciment en introduisant une interface fine entre les granulats et la matrice de ciment. Différentes dénominations sont utilisées pour définir cette zone. Parmi elles, on cite la Zone de Transition Interfaciale (ITZ). La présence de cette zone influence la réponse macroscopique du béton en raison de ses faibles propriétés mécaniques locales et de ses fortes propriétés de transport. La prise en compte des propriétés de l'ITZ s'avère donc être nécessaire pour modéliser le comportement mécanique du béton à cette échelle. La modélisation multi-échelles et multi-physiques est alors un moyen très fiable pour étudier le comportement de ce type de matériaux en prenant en compte les hétérogénéités ainsi que les interactions de ses différentes phases.

Modèle appliqué

Les méthodes d'homogénéisation analytiques conventionnelles à trois phases des composites hétérogènes peuvent être utilisées. Cependant, ces approches analytiques ne permettent de déterminer que le module élastique équivalent du béton, sans pouvoir décrire sa non linéarité. En effet, le béton a un comportement qualifié de quasi-fragile présentant une phase adoucissante due à son endommagement progressif lors d'une sollicitation (mécanique, thermique et/ou hydrique). Ainsi, afin de proposer une description fidèle du comportement mécanique non linéaire du béton, certains modèles mécaniques prennent en compte l'interaction non linéaire entre la pâte de ciment et les granulats. Dans certains de ces modèles, les auteurs ont introduit une zone totalement endommagée entre la pâte de ciment et les granulats [70], tandis que d'autres ont remplacé l'interface par une zone possédant un endommagement localisé [39]. Pour aller plus loin, l'ITZ a été considérée comme une troisième phase avec une porosité plus élevée que celle de la pâte [48]. Dans cette étude, l'ITZ est représentée géométriquement et mécaniquement; néanmoins, la faible épaisseur (quelques micromètres) de cette zone pose plusieurs difficultés pratiques telles que celle liée au maillage. Afin de surmonter ces difficultés, un modèle de zone cohésive a été adopté pour décrire le comportement de l'ITZ. Dans ce modèle, la liaison pâte/granat est prise en compte à travers l'utilisation d'une loi d'interaction qui couple adhérence, frottement et contact unilatéral. Le cas échéant, les modèles de zone cohésive introduisent une surface d'endommagement conduisant à la création de deux lèvres de fissure lors de la sollicitation. Ces modèles de zone cohésive peuvent aussi être utilisés en dehors des zones interfaciales afin de rendre compte de phénomènes tels que l'endommagement ou la fissuration. Dans ce travail, la simulation de l'amorçage de fissures et leur propagation au sein même de la pâte est assurée par le modèle de zone cohésive.

Objectifs

Plusieurs travaux [26, 12] ont été réalisés au sein du LMGC pour étudier la fissuration des matériaux cimentaires en utilisant les modèles de zone cohésive. Ils ont contribué au développement de l'outil numérique LMGC90, mais ils ont été limités aux simulations numériques. Afin d'envisager un sens prédictif au modèle, il est nécessaire de réaliser une confrontation expérimentale/numérique. Dans ces travaux de thèse, l'étude est répartie sur deux

échelles : l'échelle locale et l'échelle mésoscopique. À l'échelle locale, une méthodologie vise à apporter des éléments de réponse concernant l'information à récupérer de l'expérience. Ces informations concernent les paramètres cohésifs nécessaires à la description du comportement de l'interface pâte/granulat, d'une part, et permettent de simuler la fissuration dans la pâte, d'autre part. Ces paramètres sont utiles pour une modélisation à l'échelle mésoscopique avec la prise en compte des propriétés interfaciales. À cette échelle, l'objectif serait de construire un Volume Élémentaire Représentatif Numérique (VERN) qui soit équivalent au béton réel (éprouvette expérimentale). Un compromis se présente dans le fait qu'il doit représenter de façon fidèle l'échantillon expérimental et qu'il ait la plus petite taille possible permettant d'éviter des calculs coûteux. L'intérêt du béton numérique élaboré est d'abord de valider le modèle numérique avec l'expérience sur un essai de compression et ceci pour différents temps d'hydratation. Par ailleurs, il permet d'étudier les différents mécanismes locaux qui entrent en jeu lors de la sollicitation et qui sont difficilement accessibles par voie expérimentale. Aussi, la mise en relation de ces mécanismes locaux avec le comportement macroscopique du matériau permet d'envisager un caractère prédictif au modèle.

Organisation du mémoire

Le mémoire est composé de cinq chapitres :

- Dans le premier chapitre, des généralités sur le béton sont tout d'abord présentées. Puis un état de l'art est réalisé sur les différentes approches utilisées dans la littérature afin d'étudier le comportement mécanique linéaire et non-linéaire du béton. Leurs avantages et leurs limites sont également détaillés.
- Dans le deuxième chapitre, les outils classiques utilisés dans l'étude de la rupture des matériaux sont présentés et analysés (forces/faiblesses). La description de leurs limitations respectives quand ils sont appliqués au matériau béton permet alors d'introduire la notion de modèle cohésif.
- Dans le troisième chapitre, une méthodologie de construction du VER numérique ou "béton/mortier numérique" est présentée.
- Dans le quatrième chapitre, une modélisation numérique par éléments finis de la réponse mécanique du béton sous compression uniaxiale est présentée. Le VER et son maillage, le comportement mécanique de chacune des phases et leurs interactions sont introduits. La méthodologie d'obtention des paramètres décrivant le comportement mécanique des phases et de leur interaction est déduite soit des expérimentations (locales et globales) soit de la littérature. Enfin, ce modèle est utilisé pour analyser l'endommagement et son évolution dans différentes situations (étude du durcissement, influence du pré-endommagement et influence de la fraction solide).
- Le dernier chapitre présente une étude de sensibilité permettant de répondre à la question suivante : quels paramètres mécaniques contrôlent l'endommagement et la fissuration d'un béton en compression ?

Etat de l'art

Sommaire

1.1	Introduction	24
1.2	Généralités sur le mortier et le béton	24
1.2.1	La pâte de ciment	24
1.2.2	Les granulats	26
1.2.3	La zone de transition interfaciale (ITZ)	26
1.3	Quelques modèles décrivant le comportement du béton	31
1.3.1	Approches linéaires macroscopiques	31
1.3.2	Approches non linéaires macroscopiques du comportement du béton	35
1.3.3	Modèles numériques mésoscopiques du béton	38
1.4	Conclusion	42

1.1 Introduction

Ce chapitre présente une synthèse bibliographique et des généralités sur le béton. La zone de transition interfaciale « pâte de ciment-granulat » est introduite en mettant l'accent sur les gradients de propriétés de la liaison. L'impact de la présence de cette zone sur la réponse mécanique du béton est étudié à travers une revue bibliographique. Les mécanismes d'endommagement et les types de ruptures conduisant le béton à rompre en compression sont détaillés. Dans une deuxième partie de ce chapitre, certaines approches de modélisation analytique qui permettent de déterminer les caractéristiques effectives macroscopiques du matériau équivalent (dans le cas d'un matériau biphasique et triphasique) sont présentées. On abordera ensuite la théorie de l'endommagement à travers le modèle d'endommagement isotrope et volumique de Mazars [78]. Enfin, quelques modèles de bétons numériques associés à des effets d'échelle sont présentés. Ces modèles permettent à la fois de décrire le comportement non-linéaire de ce matériau et d'accéder à des données locales de comportement.

1.2 Généralités sur le mortier et le béton

Le béton à l'échelle mésoscopique est un matériau poreux très hétérogène, que l'on peut assimiler à un système triphasique (figure 1.1) : une pâte de ciment, des inclusions (granulats et sable) et une zone de transition interfaciale (ITZ, liaison pâte/granulat). Chaque composant joue un rôle bien défini. Le squelette granulaire confère au béton sa compacité, contribue à sa résistance mécanique et réduit également les variations volumiques (retrait) engendrées au cours du durcissement. La pâte de ciment est le lieu des réactions d'hydratation des constituants conduisant au processus de prise et de durcissement. De ce fait, le béton est un matériau évolutif qui connaît plusieurs transformations physico-chimiques et structurales tout au long de sa vie. Ces différentes composantes ainsi que leurs propriétés sont présentées par la suite. Un focus, via une étude bibliographique, va être présenté sur l'ITZ.

1.2.1 La pâte de ciment

1.2.1.1 Le ciment anhydre

La pâte de ciment est constituée de ciment anhydre, d'eau et d'éventuels additifs. Le ciment anhydre est composé essentiellement de clinker Portland (mélange de calcaire et de silice cuits), assurant la fonction de liant, et d'autres constituants secondaires en proportions moindres selon son type. Il se présente sous forme de grains ayant une taille qui varie en diamètre de 1 à 100 μm . Selon la norme NF EN 197-1 [11], il y a cinq classes de ciments courants : le ciment Portland (CEM I), le ciment Portland composé (CEM II), le ciment de haut fourneau (CEM III), le ciment pouzzolanique (CEM IV) et le ciment composé (CEM V). Afin de comprendre la différence entre ces ciments, la figure 1.2 illustre la cinétique d'évolution de la résistance à la compression du béton en fonction du type du ciment.

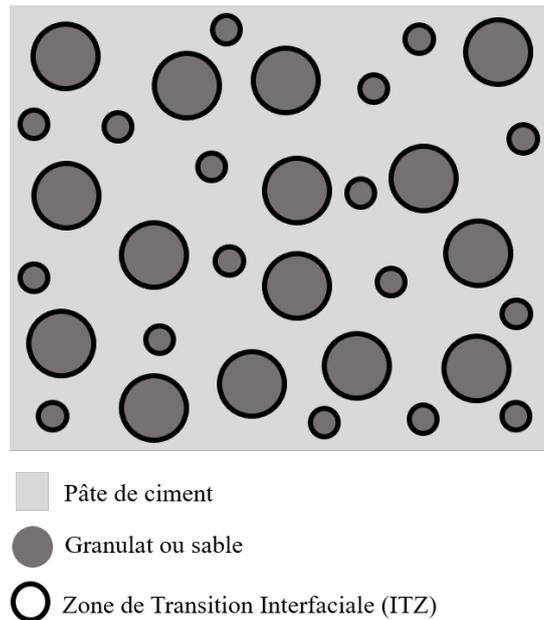


FIGURE 1.1 – Illustration simplifiée de la microstructure du béton

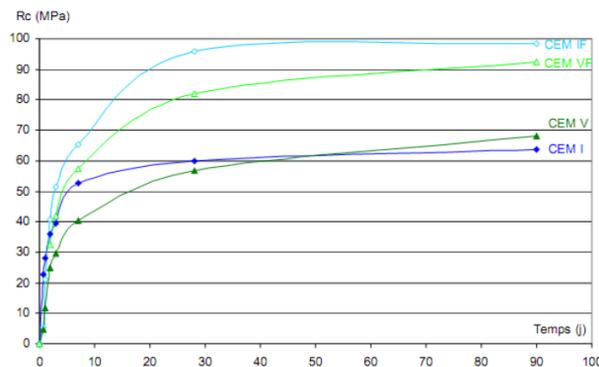


FIGURE 1.2 – Évolution de la résistance en compression du béton en fonction du temps de durcissement pour différentes classes de ciment I, V, VF et IF [38]

En mélangeant le ciment avec de l'eau, une réaction d'hydratation est activée et donne lieu à une pâte entourant les granulats. La pâte de ciment représente 20% à 60% du volume total du béton et elle est à l'origine de la cohésion du matériau.

1.2.1.2 La réaction d'hydratation

L'hydratation du ciment regroupe l'ensemble des réactions chimiques qui se produisent lors du mélange du ciment avec l'eau [111]. Les principaux produits de l'hydratation sont les hydrates de silicate de calcium (C-S-H) et la portlandite (CH). Les produits d'hydratation ont des vitesses d'hydratation différentes les unes des autres. Au cours de l'hydratation, la porosité initiale diminue par la formation continue des hydrates et en même temps la figure 1.3 montre une

évolution très importante dans les 28 premiers jours de la résistance à la compression de la pâte. Au-delà de 60 jours, la résistance à la compression du béton atteint une valeur constante [38].

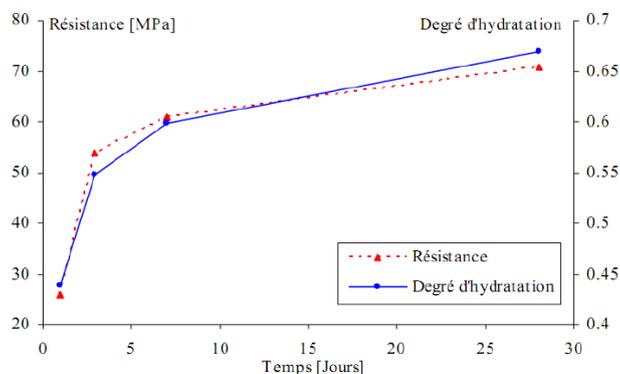


FIGURE 1.3 – Évolution de la résistance à la compression du béton et du taux d'hydratation en fonction du temps de durcissement de la pâte de ciment [112]

Ces hydrates sont donc à l'origine des propriétés mécaniques de la pâte. Le retrait du béton est engendré par la différence de volume occupé par les hydrates en comparaison au volume initialement occupé par l'eau et le ciment. Ce phénomène, appelé "contraction Le Chatelier", engendre des microfissures.

1.2.2 Les granulats

Les granulats sont classifiés selon leurs origines de provenance. On trouve les granulats d'origine naturelle obtenus par concassage des roches massives (comme le calcaire) ou par exploitation des gisements de sables et de graviers d'origines alluvionnaire. On peut obtenir aussi les granulats à travers le recyclage des matériaux de démolition. Les granulats alluvionnaires sont connus sous le nom granulats roulés et ceux qui proviennent de carrière appelés aussi granulats concassés. leurs formes et leurs caractéristiques dépendent des gisements et des techniques de production. Dans un même béton, on utilise plusieurs classes granulaires :

- Sables : grains dont les dimensions varient de 0.6 mm à 4 mm,
- Gravillons : grains dont les dimensions varient 4 mm à 25 mm,
- Cailloux : grains dont les dimensions sont supérieures à 25 mm.

Dans les bétons courants, les granulats utilisés doivent avoir une bonne résistance mécanique et leur courbe granulométrique doit être optimisée pour permettre des mélanges de grande compacité. Contrairement au ciment, les granulats constituent la phase inerte car ils ne participent pas à la réaction d'hydratation de la pâte de ciment.

1.2.3 La zone de transition interfaciale (ITZ)

Durant le malaxage, le compactage et la mise en place du béton, les granulats interagissent avec la pâte de ciment et une liaison se forme au niveau de laquelle la microstructure de la pâte

est modifiée [93]. De nombreux auteurs [99, 52, 27, 31, 55] ont montré que les propriétés de cette zone étaient différentes de celles du coeur de la pâte. Cette zone est connue sous plusieurs dénominations comme : auréole de transition, ou encore zone de transition interfaciale, notée ITZ (Interfacial Transition Zone) ou interphase. La figure 1.4 présente des images obtenues de cette zone à l'aide d'un microscope à balayage électronique (MEB) pour différents niveaux de grossissements.

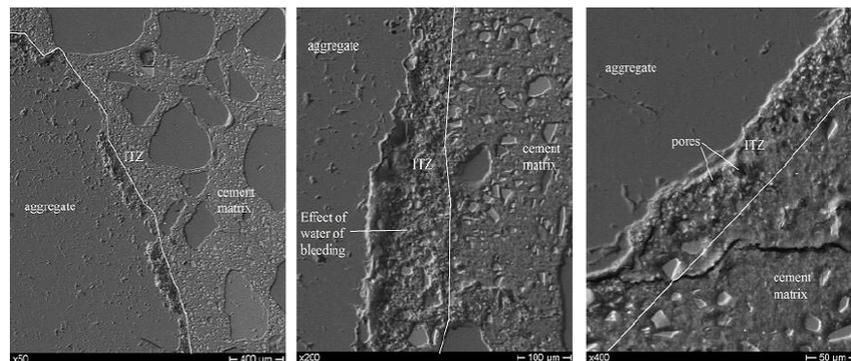


FIGURE 1.4 – Observation de la zone de transition interfaciale par microscopie électronique à balayage pour différents niveaux de grossissements (50x, 200x et 400x, respectivement de gauche à droite) [15]

1.2.3.1 Mécanismes de formation de l'ITZ

Trois principaux phénomènes sont à l'origine de la formation de l'ITZ :

1. L'effet de paroi des granulats vis-à-vis des particules du ciment : le granulat constitue un obstacle vis à vis de l'agencement des particules du ciment qui vont s'organiser selon un assemblage moins dense qu'au coeur de la pâte, ce qui se traduit par la formation d'une porosité supplémentaire. L'effet de paroi a été étudié par Farran [36] qui a mis en évidence l'existence d'une phase au niveau du contact de la pâte de ciment et du granulat, ayant un rapport E/C plus élevé en comparaison avec le reste de la pâte.
2. L'effet de micro-ressuage : ce phénomène apparaît au cours ou après la mise en place du béton. Il est dû à la différence de masse volumique des composants du béton. En effet, sous l'effet de la pesanteur, une partie de l'eau de gâchage remonte vers la surface du béton et est appelée l'eau du micro-ressuage. Cette dernière est piégée dans la partie inférieure des particules. Ce phénomène engendre un gradient du rapport eau sur ciment (E/C) au niveau de l'ITZ et par conséquent une porosité irrégulière dans cette zone. Elle est plus marquée dans la zone inférieure des granulats [76, 6].
3. L'effet de la « croissance unilatérale » ou le transport de la portlandite pendant le processus d'hydratation. Au cours de l'hydratation, les hydrates se développent dans une seule direction vers la matrice de ciment ce qui conduit à une augmentation de la porosité à proximité des granulats.

1.2.3.2 La minéralogie de l'ITZ

On trouve dans la littérature plusieurs travaux qui ont permis de décrire la composition minéralogique de l'ITZ [5, 10]. Ces derniers se rejoignent sur le principe qu'elle n'est pas homogène et qu'elle est constituée de deux couches :

1. La première couche est en contact direct avec le granulat. Selon le modèle de Barnes [5], elle est caractérisée par deux films connus sous le nom "film duplex" d'épaisseur $0.5 \mu m$ (figure 1.5). Le premier contient des cristaux orientés de portlandite de le deuxième contient des C-S-H. Selon le modèle de Zimbelman [135], cette couche est plus épaisse (de 2 à 3 μm) et contient essentiellement de la portlandite suivie d'un réseau de cristaux d'ettringite (Figure 1.6). Les modèles de Monteiro [82] (Figure 1.5) et Bentur [10] (Figure 1.6) ont confirmé la composition trouvée par Zimbelman [135]. Ils ont montré que l'orientation des cristaux suit principalement la direction normale à la surface des granulats.
2. La deuxième couche a, selon le modèle Barnes [5], une épaisseur de $50 \mu m$. Elle est composée des produits d'hydratation avec les gros cristaux de portlandite, de C-S-H et de grains de Hadley. Zimbelmann [135] considère que son épaisseur est plus faible ($20 \mu m$) (Figure 1.6) mais confirme, en accord avec [5] et [82] la présence de gros cristaux hexagonaux de portlandite et de C-S-H. La présence d'ettringite sous forme d'aiguilles (Figure 1.5) a aussi été notée.

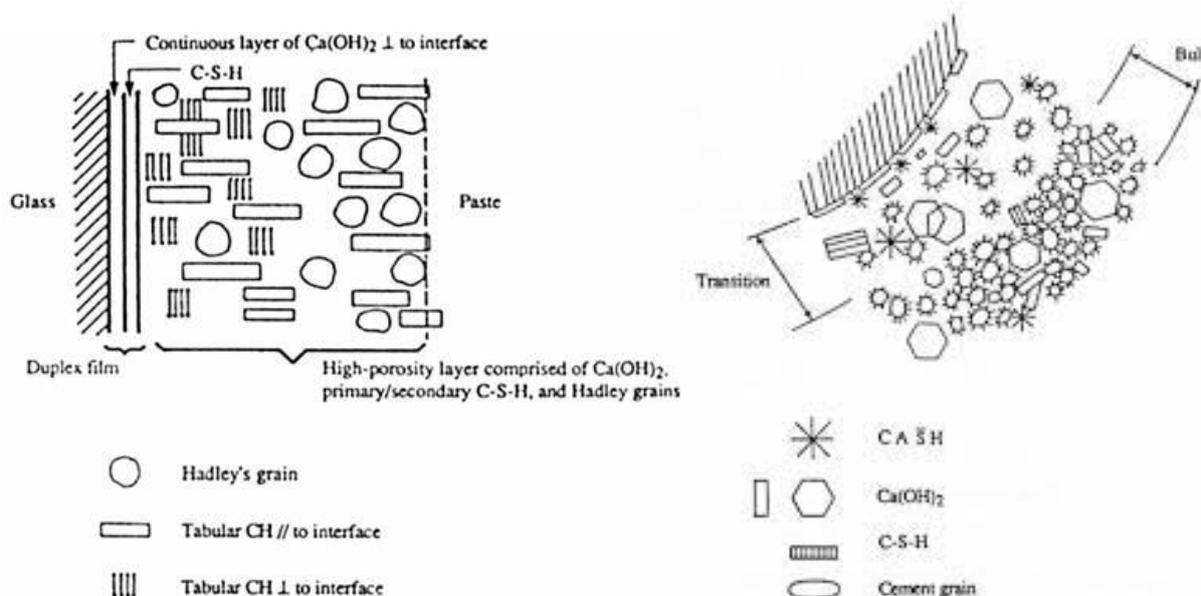


FIGURE 1.5 – Illustration des modèles d'ITZ proposés par Barnes (gauche) [5] et Monteiro (droite) [82]

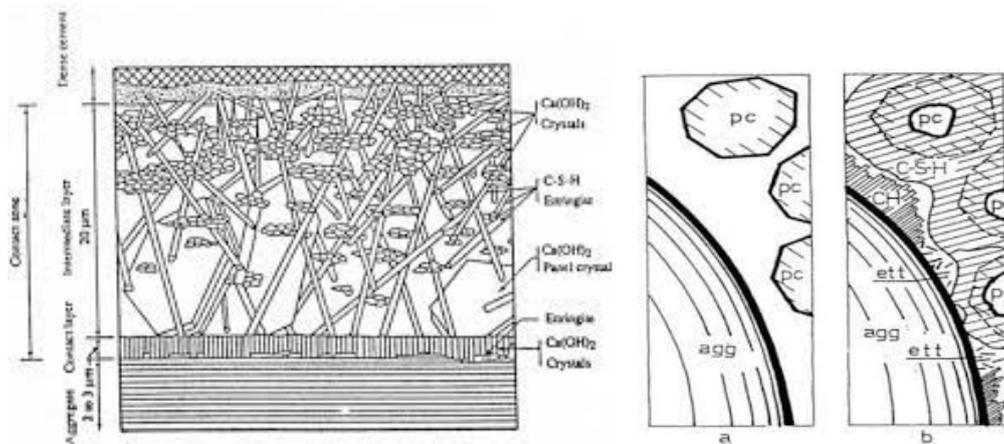


FIGURE 1.6 – Illustration des modèles d'ITZ proposé par Zimbelmann (gauche) [135] et Bentur (droite) [10] respectivement.

Les divergences observées sur la composition minéralogique de l'ITZ sont dues à la formulation même du mortier utilisé et également aux différentes méthodes d'analyse utilisées.

1.2.3.3 L'épaisseur de l'ITZ

D'après [91, 40, 23], l'épaisseur de l'ITZ est constante et elle est uniforme autour du granulat. Larbi [74], a suivi localement, autour du granulat, l'évolution de la porosité. La figure 1.7, permet de donner l'épaisseur de l'ITZ à travers le suivi de cette évolution. Ce profil montre une diminution de la porosité en fonction de la distance, elle passe de 25 % à 10 % à 20 μm de distance par rapport au granulat. Cette analyse permet d'évaluer indirectement l'épaisseur de l'ITZ. Il faut noter que ce résultat dépend fortement de la formulation du béton.

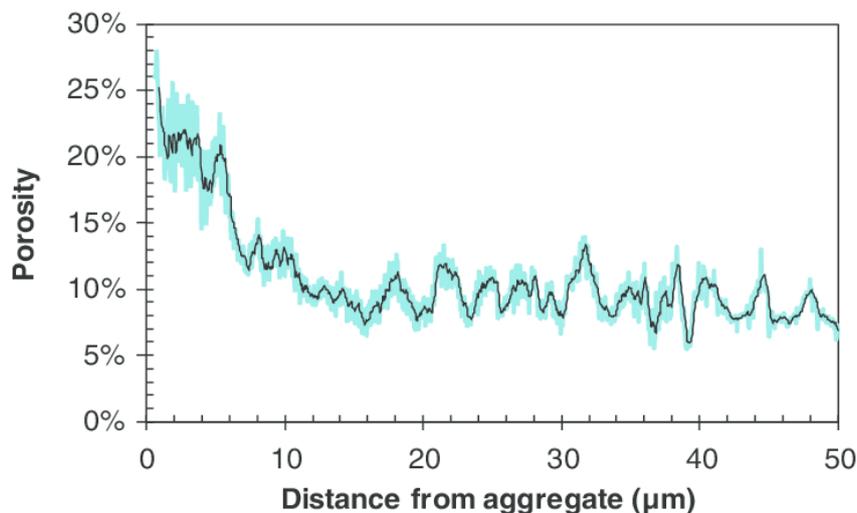


FIGURE 1.7 – Distribution de la porosité mesurée en fonction de la distance à l'interface pâte/granulat sur un mortier âgé d'un an avec un rapport E/C = 0.4 [74]

Au sein du LMGC de Montpellier, des observations au MEB ont permis à Girboveanu [42] d'établir des profils de rapport massique Ca/Si perpendiculairement à l'ITZ. Ses conclusions l'ont amené à considérer une épaisseur d'ITZ autour de $20 \mu m$. Ce dernier résultat a été confirmé en utilisant la nano-indentation [42]. Le béton utilisé dans cette étude est constitué de ciment CEM I 52.5 avec un rapport Eau/Ciment (E/C) de 0.4 et des granulats de type calcaire.

1.2.3.4 Les propriétés élastiques de l'ITZ

De nombreux auteurs ont tenté de déterminer les propriétés élastiques de l'ITZ (module élastique ou coefficient de Poisson) soit de façon analytique soit par approche inverse. On trouve par exemple des auteurs qui ont donné des estimations du module élastique de cette zone à travers une analyse inverse connaissant les modules élastiques des granulats et de la pâte de ciment [52, 98, 132]. Tognevi [115], à partir des résultats de la littérature, a extrait une relation permettant de déduire le module d'Young de l'ITZ à partir de celui de la matrice cimentaire hydratée. Cette relation met en oeuvre un facteur, que l'on note a :

$$E_{ITZ} = aE_p \quad (1.1)$$

Avec E_p le module élastique de la pâte et E_{ITZ} le module élastique de l'ITZ. Ce facteur dépend de l'épaisseur de l'ITZ qui dépend elle-même de la formulation du mortier/béton :

Auteur	Épaisseur (μm)	a
Hashin et Monteiro [52]	24	0.5
Yang [132]	40	0.7
Tognevi [115]	-	[0.2;0.8] (en fonction de l'épaisseur)

TABLE 1.1 – Valeurs du coefficient "a" donnant le rapport entre le module d'Young de la pâte et celui de l'ITZ selon différents auteurs.

En plus de son influence sur la rigidité du béton, l'ITZ peut avoir un effet important sur sa résistance. La caractérisation du comportement mécanique du béton doit donc prendre en considération cette troisième phase. Aussi, d'après [93], un modèle à deux phases (granulats et matrice) n'est généralement pas suffisant. En effet, l'ITZ gouverne la qualité de l'adhérence entre le mortier et les granulats, et plus précisément la résistance de leur liaison. Des travaux se sont intéressés à la caractérisation expérimentale des propriétés mécaniques de cette zone [65, 80, 92]. Ces travaux s'intéressent au comportement allant au delà du domaine purement élastique à travers des essais mécaniques en traction et cisaillement. Pour une caractérisation locale, Jebli [65] a utilisé des échantillons parallélépipédiques composés en série d'un granulats et d'une pâte de ciment. Ces résultats expérimentaux vont nous permettre d'identifier une partie des paramètres permettant de décrire le comportement mécanique de l'ITZ, sollicitée en cisaillement.

1.3 Quelques modèles décrivant le comportement du béton

1.3.1 Approches linéaires macroscopiques

Les approches micromécaniques permettent de prendre en compte l'influence de la microstructure sur le comportement macroscopique du matériau. Elles sont basées sur le principe d'homogénéisation qui consiste en la substitution du matériau hétérogène par un milieu homogène équivalent qui, lorsqu'il est soumis aux mêmes sollicitations, a la même réponse globale que le matériau hétérogène.

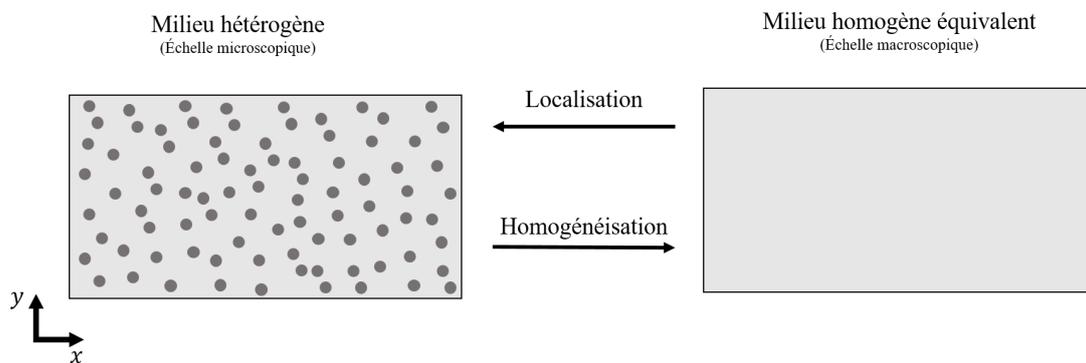


FIGURE 1.8 – Schématisation du principe d'homogénéisation.

Dans les approches micromécaniques, on doit passer par trois étapes qui sont : la représentation, la localisation et l'homogénéisation [134, 17] :

- (i) La représentation : cette étape consiste en la définition du volume élémentaire représentatif (VER). Il s'agit également de la définition de l'échelle appropriée au comportement à étudier, des différentes phases existantes, de leurs propriétés mécaniques ainsi que des paramètres morphologiques nécessaires à leur description (fraction volumique des phases, tailles des microstructures, distribution spatiale...).
- (ii) La localisation : cette étape consiste à identifier les champs locaux (à l'échelle des microstructures) et à déterminer des relations entre les champs locaux et globaux.
- (iii) L'homogénéisation : à cette étape on détermine la relation entre la contrainte macroscopique et la déformation macroscopique, à travers le tenseur de rigidité effectif dans le cas des conditions de déformations homogènes ou le tenseur de souplesse effectif dans le cas des conditions de contraintes homogènes.

Les approches analytiques sont classées en deux catégories :

1. Des approches considérant le béton comme étant un matériau à deux phases : les granulats et la matrice.
2. Des approches considérant le béton comme étant un matériau composé de trois phases : les granulats, la matrice et la zone de transition interfaciale (ITZ).

Dans le cas d'une représentation biphasique, le matériau se compose d'une matrice de fraction volumique ϕ_{mat} et d'inclusions, toutes de mêmes caractéristiques mécaniques, de fraction volumique ϕ_{inc} , telle que $\phi_{inc} + \phi_{mat} = 1$.

1.3.1.1 Bornes de Voigt et Reuss (vr)

En reposant sur les théorèmes de minimisation de l'énergie potentielle, ces approches fournissent une borne inférieure "la borne de Voigt" et une borne supérieure "la borne de Reuss" [1, 17]. Ces deux bornes servent d'encadrement des modules de cisaillement G_{hom} et de compressibilité K_{hom} d'un matériau biphasique. Elles ne sont pas sensibles à la forme et à l'orientation des inclusions :

$$\frac{1}{\frac{\phi_{inc}}{K_{inc}} + \frac{\phi_{mat}}{K_{mat}}} \leq K_{hom}^{vr} \leq \phi_{inc}K_{inc} + \phi_{mat}K_{mat} \quad (1.2)$$

$$\frac{1}{\frac{\phi_{inc}}{G_{inc}} + \frac{\phi_{mat}}{G_{mat}}} \leq G_{hom}^{vr} \leq \phi_{inc}G_{inc} + \phi_{mat}G_{mat} \quad (1.3)$$

1.3.1.2 Schéma en solution diluée (sd)

Dans cette méthode, les inclusions, représentées par une faible fraction volumique sont distribuées dans une matrice infinie [1]. Les expressions des coefficients de compressibilité et de cisaillement équivalents sont les suivantes :

$$K_{hom}^{sd} = K_{mat} + \phi_{inc} \frac{(K_{inc} - K_{mat})(3K_{mat} + 4G_{mat})}{3K_{inc} + 4G_{mat}} \quad (1.4)$$

$$\frac{G_{hom}^{sd}}{G_{mat}} = 1 - \frac{15(1 - \nu_{mat})(1 - \frac{G_{inc}}{G_{mat}})\phi_{inc}}{7 - 5\nu_{mat} + 2(4 - 5\nu_{mat})\frac{G_{inc}}{G_{mat}}} \quad (1.5)$$

1.3.1.3 Modèle de Christensen et Lo (cl)

Christensen et Lo [21] ont développé un modèle à trois sphères pour évaluer le module élastique du béton. Le coefficient de compressibilité du matériau est :

$$K_{hom}^{cl} = K_{mat} + \frac{f_{inc}(K_{inc} - K_{mat})}{1 + (1 - \phi_{inc})[(K_{inc} - K_{mat})/(K_{mat} + 4G_{mat}/3)]} \quad (1.6)$$

1.3.1.4 Bornes de Hashin et Shtrikman (hs)

Hashin et Shtrikman [53] ont proposé un encadrement des modules du milieu homogénéisé. Le matériau bi-phasique est supposé vérifier ces propriétés :

$$K_{mat} \leq K_{inc} \quad \text{et} \quad G_{mat} \leq G_{inc} \quad (1.7)$$

Hashin et Shtrikman proposent les relations suivantes :

$$K_{mat} + \frac{\phi_{mat}}{\frac{1}{K_{inc} - K_{mat}} + \frac{3\phi_{inc}}{3K_{mat} + 4G_{mat}}} \leq K_{hom}^{hs} \leq K_{inc} + \frac{\phi_{inc}}{\frac{1}{K_{mat} - K_{inc}} + \frac{3\phi_{inc}}{3K_{inc} + 4G_{inc}}} \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} G_{mat} + \frac{\phi_{mat}}{\frac{1}{G_{inc} - G_{mat}} + \frac{6\phi_{inc}(K_{mat} + 2G_{mat})}{5G_{mat}(3K_{mat} + 4G_{mat})}} &\leq G_{hom}^{hs} \\ &\leq G_{inc} + \frac{\phi_{inc}}{\frac{1}{G_{mat} - G_{inc}} + \frac{1}{G_{inc} - G_{mat}} + \frac{6\phi_{inc}(K_{inc} + 2G_{inc})}{5G_{inc}(3K_{inc} + 4G_{inc})}} \end{aligned} \quad (1.9)$$

1.3.1.5 Modèle de Mori-Tanaka (mt)

Ce modèle a pour particularité sa capacité de fournir des estimations fiables des propriétés mécaniques avec peu d'information sur la microstructure [85]. Il est connu également pour sa robustesse et on peut l'utiliser dans le cas d'une répartition aléatoire des particules. Dans ce modèle, on considère le béton comme étant un matériau biphasique : une matrice et des inclusions. La contrainte moyenne et la déformation moyenne dans un matériau sont définies comme suit :

$$\langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle = \frac{1}{V} \int \underline{\underline{\sigma}}.dv \quad (1.10)$$

$$\langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle = \frac{1}{V} \int \underline{\underline{\varepsilon}}.dv \quad (1.11)$$

où $\langle . \rangle$ est la moyenne spatiale. L'équation constitutive macroscopique qui relie la contrainte à la déformation est la suivante :

$$\langle \underline{\underline{\sigma}} \rangle = \underline{\underline{C}} \langle \underline{\underline{\varepsilon}} \rangle \quad (1.12)$$

et $\underline{\underline{C}}$ représente le tenseur de rigidité. Selon Mori-Tanaka, la rigidité dans un matériau composite formé d'une matrice m et de N phases i , est définie avec l'équation suivante :

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{C}}_m + \sum_{i=1}^N \phi_i (\underline{\underline{C}}_i - \underline{\underline{C}}_m) \underline{\underline{A}}_{Eshelby-i} \left[\phi_m \underline{\underline{I}} + \sum_{i=1}^N \phi_i \underline{\underline{A}}_{Eshelby-i} \right]^{-1} \quad (1.13)$$

Avec $\underline{\underline{C}}_m$ et $\underline{\underline{C}}_i$ sont respectivement les rigidités de la matrice et de la phase i . ϕ_m et ϕ_i sont respectivement la fraction volumique de la matrice et de la phase i . $|\cdot|$ permet de donner une

moyenne sur toutes les orientations possibles de la phase i . $A_{Eshelby}$ est le tenseur de localisation des déformations obtenu par l'équation suivante :

$$\underline{\underline{A}}_{Eshelby-i} = \left[\underline{\underline{I}} + E_i \underline{\underline{S}}_m^i (\underline{\underline{C}}_i - \underline{\underline{C}}_m) \right]^{-1} \quad (1.14)$$

où E_i le module d'Young de l'inclusion i et S_m^i le tenseur de souplesse de la matrice qui dépend de la forme de l'inclusion i . Revenons à l'hypothèse considérant le béton numérique comme un matériau biphasique avec des inclusions ayant une forme sphérique et donc sans orientation privilégiée. Dans ce cas, le paramètre N prend la valeur 1 et les tenseurs de rigidité C et d'Eshelby A deviennent :

$$\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{C}}_m + \phi \left[(\underline{\underline{C}}_i - \underline{\underline{C}}_m) \underline{\underline{A}} ((1 - \phi) \underline{\underline{I}} + \phi \underline{\underline{A}}) \right]^{-1} \quad (1.15)$$

$$\underline{\underline{A}} = (1 + \underline{\underline{S}}_m^i \underline{\underline{C}}_m^{-1} (\underline{\underline{C}}_i - \underline{\underline{C}}_m))^{-1} \quad (1.16)$$

où ϕ est la fraction des solides (des inclusions) et le tenseur de souplesse dans le cas des inclusions sphériques devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{m_{1111}}^i = S_{m_{2222}}^i = S_{m_{3333}}^i = \frac{7 - 5\nu_m}{15(1 - \nu_m)} \\ S_{m_{1122}}^i = S_{m_{2211}}^i = S_{m_{1133}}^i = S_{m_{3311}}^i = S_{m_{2233}}^i = S_{m_{3322}}^i = \frac{5\nu_m - 1}{15(1 - \nu_m)} \\ S_{m_{1212}}^i = S_{m_{1313}}^i = S_{m_{2323}}^i = \frac{4 - 5\nu_m}{15(1 - \nu_m)} \end{array} \right. \quad (1.17)$$

Il est clair que le tenseur d'Eshelby ne dépend pas des propriétés élastiques des inclusions, il dépend de leurs formes. Les deux phases constitutives du béton ont un comportement linéaire isotrope et donc leurs tenseurs de rigidité peuvent être présentés comme suit :

$$C_{m_{ijkl}} = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)} (\delta_{il}\delta_{jk} + \delta_{ik}\delta_{jl}) + \frac{E_m\nu_m}{(1 + \nu_m)(1 - 2\nu_m)} \delta_{ij}\delta_{kl} \quad (1.18)$$

$$C_{i_{ijkl}} = \frac{E_i}{2(1 + \nu_i)} (\delta_{il}\delta_{jk} + \delta_{ik}\delta_{jl}) + \frac{E_i\nu_i}{(1 + \nu_i)(1 - 2\nu_i)} \delta_{ij}\delta_{kl} \quad (1.19)$$

On obtient le module d'Young homogénéisé en prenant le premier terme du tenseur de souplesse. Ce dernier est calculé en inversant le tenseur de rigidité moyen calculé à travers l'équation 1.15. La courbe de la figure 1.9 montre l'évolution du module effectif selon différentes méthodes analytiques comparées à la solution exacte "outil de validation" obtenue par une méthode numérique. L'indice "1" et "2" correspondent respectivement à la matrice et aux particules.

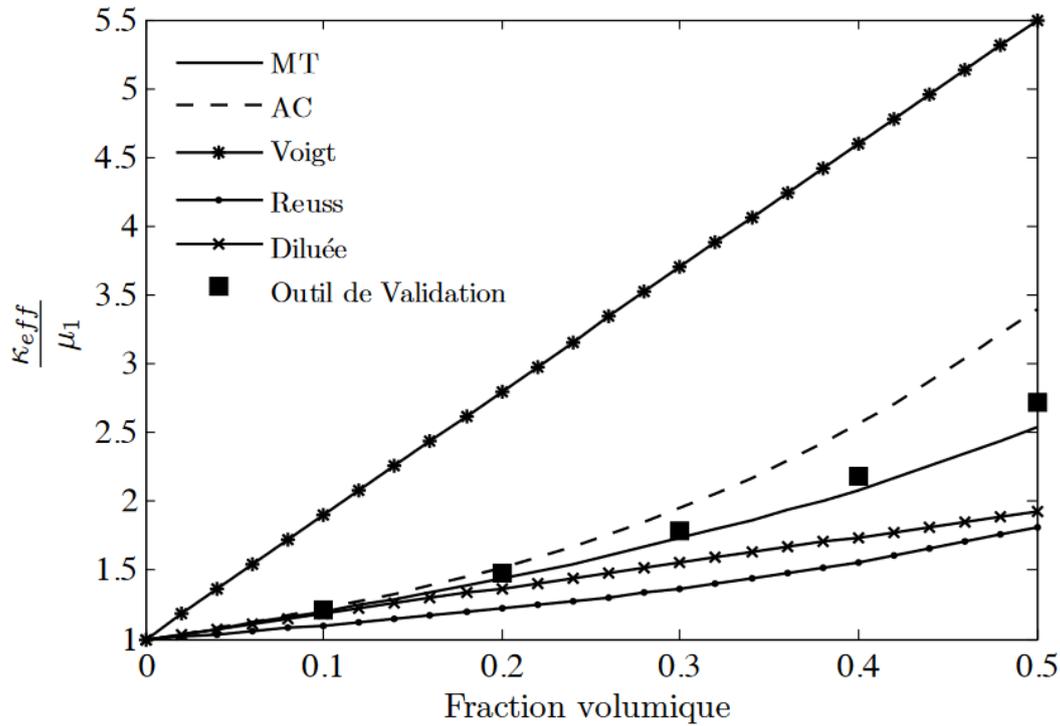


FIGURE 1.9 – Rapport $\frac{K_{eff}}{\mu_1}$ en fonction de la fraction volumique pour $K_1 = \mu_1 = 1$ et $K_2 = \mu_2 = 10$ dans le cas d'un composite constitué de sphères réparties aléatoirement.

Où K_{eff} est le module de compressibilité effectif, K_1 le module de compressibilité des inclusions et K_2 celui de la matrice. La figure 1.9 montre que plus la fraction volumique des particules augmente, plus le module effectif K_{eff} augmente et ceci est vrai quelle que soit la méthode utilisée. En comparant les résultats des différentes méthodes analytiques avec la solution exacte, on constate que c'est la méthode de Mori-Tanaka a les solutions les plus proches de la solution exacte. En ce qui concerne les autres méthodes, on remarque que plus la fraction volumique est élevée moins la prédiction est satisfaisante. Dans le cadre de ce travail, l'estimation de Mori et Tanaka est utilisée en raison de la forte fraction volumique de granulats.

1.3.2 Approches non linéaires macroscopiques du comportement du béton

Dans la littérature, plusieurs approches ont été proposées permettant de modéliser le comportement non linéaire du béton :

- Les modèles d'endommagement et les modèles de plasticité qui sont des approches basées sur la mécanique des milieux continus.
- Les modèles basés sur le concept de discontinuité géométrique pour décrire la fissuration.

Dans la suite, seule la théorie des approches continues est détaillée.

La théorie de l'endommagement permet la modélisation de la dégradation progressive du matériau à travers les variations des caractéristiques élastiques tout au long de l'essai. Son concept a été en premier temps introduit par Kachanov [66] où l'endommagement est défini comme étant la dégradation des propriétés élastiques en utilisant une variable continue. Cette définition a été généralisée par la suite par Lemaître et Chaboche [75] dans le cadre des processus irréversibles de la thermodynamique. La théorie de l'endommagement permet de décrire l'évolution du matériau d'un état dit sain où l'endommagement est nul à un état endommagé à travers l'introduction d'une variable interne notée D .

1.3.2.1 Concept de la contrainte effective

Dans une représentation unidirectionnelle, on définit la contrainte comme étant le rapport entre la force et la surface :

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (1.20)$$

Un matériau endommagé est un matériau qui présente des discontinuités comme des microfissures. Donc la surface S sur laquelle s'applique la force F comprend la surface saine du matériau \tilde{S} et une surface endommagée S_D . En réalité, la force ne s'applique qu'à la surface saine dénommée surface effective $\tilde{S} = S - S_D$. On a alors accès à une notion de contrainte effective :

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{\tilde{S}} = \frac{F}{S - S_D} = \frac{F}{S(1 - \frac{S_D}{S})} = \frac{\sigma}{(1 - D)} \quad (1.21)$$

où la variable d'endommagement D est définie par $D = \frac{S_D}{S}$ dans le cas d'un endommagement isotrope. De la même façon, on définit le module d'Young effectif \tilde{E} :

$$\tilde{\sigma} = \tilde{E}\varepsilon \Leftrightarrow \sigma = E\varepsilon \quad \text{avec} \quad \tilde{E} = \frac{E}{(1 - D)} \quad (1.22)$$

Le module effectif \tilde{E} varie donc entre E pour le matériau sain et $E(1 - D_c)$ quand le matériau atteint son état d'endommagement critique D_c . Le matériau est défini selon la valeur de D comme suit :

- $D = 0 \rightarrow$ matériau sain ou état vierge
- $0 < D < D_c \rightarrow$ matériau partiellement endommagé
- $D = D_c \rightarrow$ matériau complètement endommagé.

1.3.2.2 Modèles d'endommagement isotrope de Mazars

En 1984, Mazars [78] a été le premier à formuler un modèle élastique endommageable isotrope pour le béton dont de nombreux auteurs se sont inspirés par la suite. Il s'est basé sur les postulats donnés par Lemaître et Chaboche [75] et l'hypothèse que le matériau élastique

isotrope à l'état sain reste isotrope à l'état endommagé. En 3D, la formulation du modèle de Mazars s'écrit :

$$\underline{\underline{\sigma}} = (1 - D)\underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (1.23)$$

Où $\underline{\underline{\sigma}}$, $\underline{\underline{\varepsilon}}$ et $\underline{\underline{C}}$ sont respectivement le tenseur des contraintes, le tenseur des déformations et le tenseur de rigidité. L'endommagement est piloté par la déformation équivalente $\hat{\varepsilon}$ qui permet de traduire l'existence de la sollicitation triaxiale. Elle s'écrit :

$$\hat{\varepsilon} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \varepsilon_i \rangle^+{}^2} \quad (1.24)$$

$\langle x \rangle^+ = \max(x, 0)$ est l'opérateur partie positive d'un scalaire, et les ε_i sont les composantes principales du tenseur des déformations $\underline{\underline{\varepsilon}}$. $\hat{\varepsilon}$ est un indicateur de l'état de tension dans le matériau qui génère l'endommagement. Si κ_0 est la déformation au seuil d'endommagement, alors le seuil d'endommagement dans un matériau sain s'écrit :

$$f = \hat{\varepsilon} - \kappa_0 = 0 \quad \text{avec} \quad \kappa(D = 0) = \kappa_0. \quad (1.25)$$

L'endommagement s'active quand la déformation équivalente atteint le seuil κ_0 . L'endommagement n'est pas le même en traction et en compression. Afin de pouvoir tenir compte de cette dissymétrie du comportement en traction (paramètre d'endommagement noté D_t) et en compression (paramètre d'endommagement noté D_c), deux lois d'évolution sont définies :

$$\begin{cases} D_t = 0 & \text{si } \varepsilon < \kappa_0 \\ D_t = 1 - \frac{\kappa_0(1 - A_t)}{\hat{\varepsilon}} - A_t e^{(-B_t(\hat{\varepsilon} - \kappa_0))} & \text{si } \varepsilon \geq \kappa_0 \end{cases} \quad (1.26)$$

$$\begin{cases} D_c = 0 & \text{si } \varepsilon < \kappa_0 \\ D_c = 1 - \frac{\kappa_0(1 - A_c)}{\hat{\varepsilon}} - A_c e^{(-B_c(\hat{\varepsilon} - \kappa_0))} & \text{si } \varepsilon \geq \kappa_0 \end{cases} \quad (1.27)$$

où A_t et B_t et A_c et B_c sont des paramètres matériaux à identifier. En pratique, ils sont identifiés à partir d'essais uniaxiaux de traction et de compression ; ils permettent de décrire la forme de la courbe post-pic.

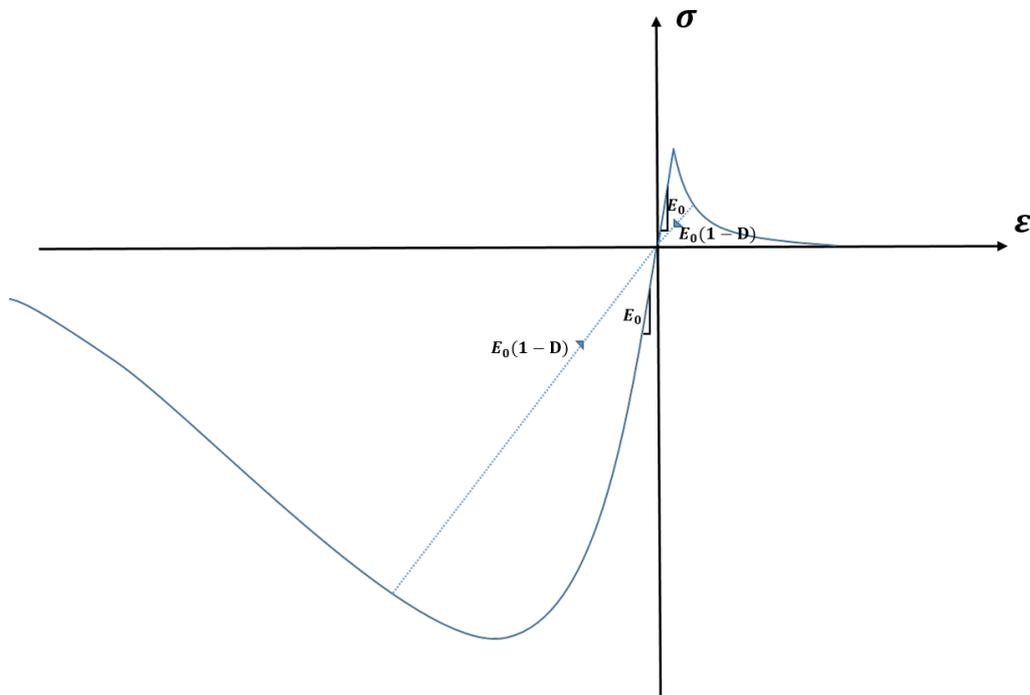


FIGURE 1.10 – Modélisation du comportement uniaxial du béton d'après Mazars [78]

La variable d'endommagement est reliée aux variables D_c et D_t à travers cette formule :

$$D = \alpha_t^\beta D_t + \alpha_c^\beta D_c \quad (1.28)$$

où β est un coefficient qui a été introduit pour améliorer le comportement en cisaillement. α_t et α_c sont des coefficients liés à l'état de sollicitation [78]. Par exemple, si la traction est activée $\alpha_t = 1$ et $\alpha_c = 0$ et vice versa. Les coefficients α_t et α_c sont définis par :

$$\alpha_t = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{\varepsilon_{ti} < \varepsilon_i >^+}{\hat{\varepsilon}^2} \right) \quad (1.29)$$

et

$$\alpha_c = 1 - \alpha_t \quad (1.30)$$

1.3.3 Modèles numériques mésoscopiques du béton

Depuis une dizaine d'années, les modèles numériques mésoscopiques du béton sont apparus dans la littérature. Leur avantage principal est qu'ils permettent d'étudier le comportement élastique du matériau hétérogène, mais aussi le comportement non linéaire là où les modèles analytiques deviennent limités. Ces modèles permettent aussi l'estimation et la localisation des champs locaux de déformations et de contraintes. Ainsi, l'objectif de cette partie est de présenter brièvement quelques modèles numériques.

a) Modèle de béton numérique du code Symphonie :

Un modèle numérique du béton a été développé par Mounajed [86, 87], présentant N phases et ayant une distribution aléatoire des pores et des granulats (figure 1.11). Les N phases sont réparties de la manière suivante :

- La première phase est le squelette solide de la matrice cimentaire.
- La deuxième phase contient les pores. Elle est composée de plusieurs sous phases pour prendre en considération les différentes tailles de pores.
- La troisième phase est composée des granulats répartis aléatoirement. Également, cette phase contient plusieurs sous-phases pour représenter les différentes classes granulaires.

Il est donc possible dans ce modèle de modéliser la granulométrie réelle en choisissant les proportions ainsi que les tailles de chacune des phases. A noter que la phase ITZ n'est pas prise en considération. Ce modèle a été utilisé pour la compréhension et la simulation des mécanismes d'endommagement et de déformation à haute température.

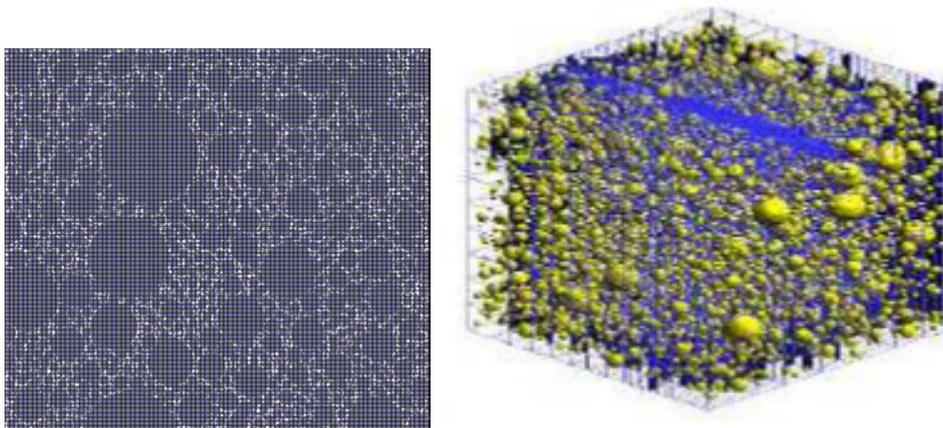


FIGURE 1.11 – *Modèle de béton numérique développé par Mounajed [86] maillé en 2D (à gauche) et 3D (à droite).*

b) Modèle de L'EPFL :

Guidoum [49] a développé un modèle en éléments finis, dénommé modèle de l'EPFL en faisant référence à l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (Suisse), qui permet de générer des granulats d'une façon aléatoire (figure 1.12) et de travailler sur des sous domaines suivant des résolutions itératives. Ce modèle ne prend pas en compte l'ITZ et se limite à des calculs élastiques et viscoélastiques. À l'aide de ce modèle, Huet [56] a étudié l'influence de la taille et des conditions aux limites sur les propriétés apparentes des matériaux hétérogènes viscoélastiques et composites.

c) Modèle de TU Delft :

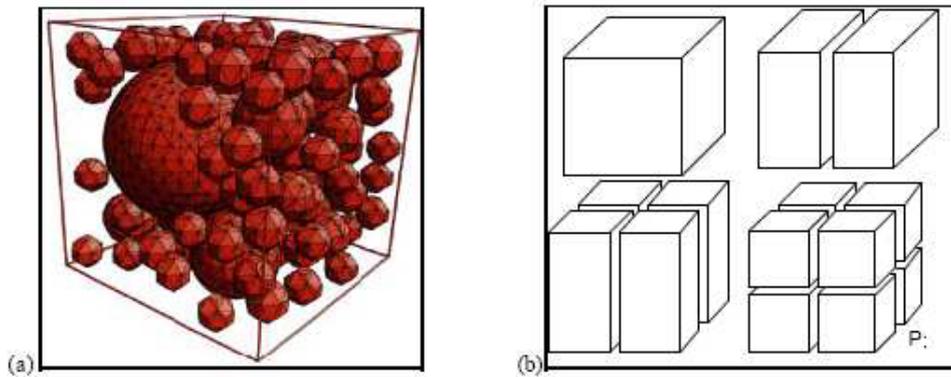


FIGURE 1.12 – *Modèle de l'EPFL : (a) Maillage 3D du squelette granulaire. (b) Méthode de décomposition en sous-domaines [56]*

Ce modèle permet la génération de particules sphériques de façon à respecter une granulométrie donnée et les mettre dans un cube de grande taille [109]. Il est développé au sein de l'Université de Technologie de Delft aux Pays-Bas. L'avantage de ce modèle est que les granulats ont des coordonnées dynamiques qui leur permettent de se déplacer s'ils sont en contact avec d'autres granulats ou avec la paroi. Il est possible de réduire la taille du cube jusqu'à l'obtention du volume élémentaire représentatif (une notion qu'on va reprendre en détail au chapitre 3) et la compacité souhaitée (figure 1.13). Il est possible aussi de simuler l'hydratation des pâtes de ciment avec ce modèle. Il permet également de faire l'étude de l'endommagement selon le modèle de Mazars [78]. La zone de transition interfaciale est prise en compte dans ce modèle mais uniquement pour un calcul 2D.

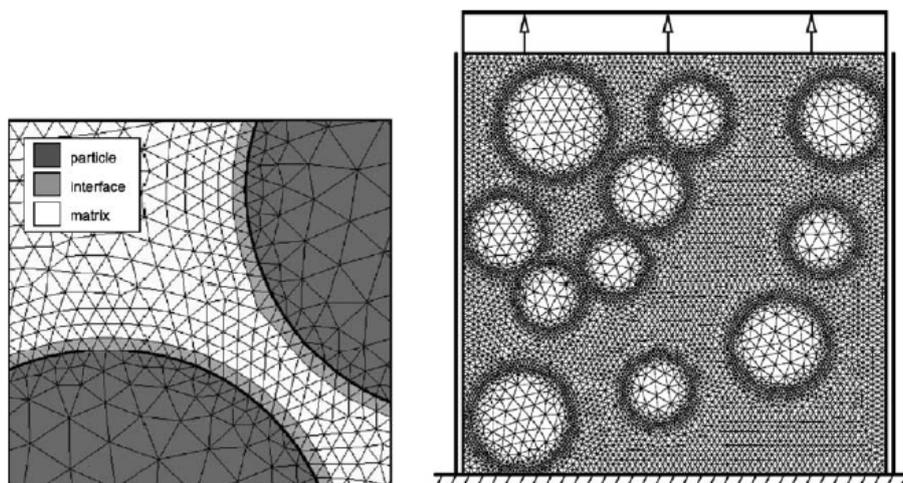


FIGURE 1.13 – *Modèle de TU Delft : représentation du VER de béton défini par une grille d'éléments finis [109]*

d) Modèle de béton numérique de Keinde :

C'est un modèle de béton numérique en 3D implémenté par Keinde [69] dans le code de calcul Abaqus. Dans ce modèle, la matrice est modélisée comme un compartiment troué et les granulats sont sphériques comme présenté dans la figure 1.14. Il permet d'étudier la réponse mécanique du béton au delà du domaine linéaire et pour une interface pâte de ciment/granat ayant un contact parfait ou un contact frottant (pour différents coefficients de frottement).

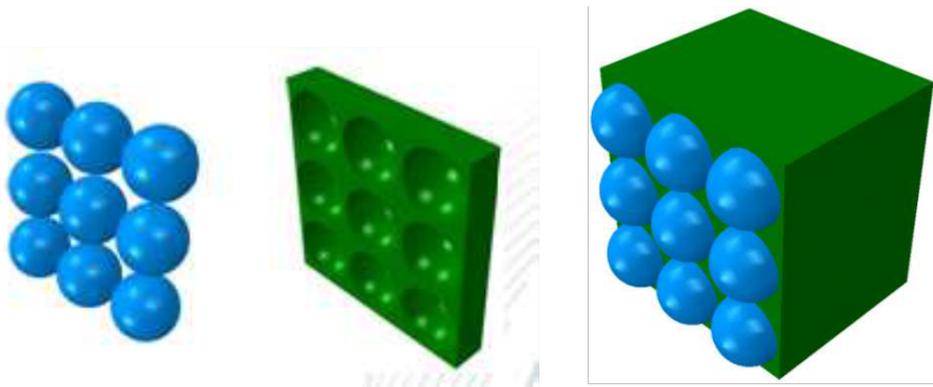


FIGURE 1.14 – Modèle de béton numérique de Keinde [69]

La taille du VER a été étudiée à travers la réponse mécanique du modèle en compression ainsi qu'en traction. L'idée était de chercher le meilleur rapport entre la dimension du VER et le diamètre de sa microstructure (L/D), à partir duquel la réponse mécanique du béton n'évolue plus (figure 1.15).

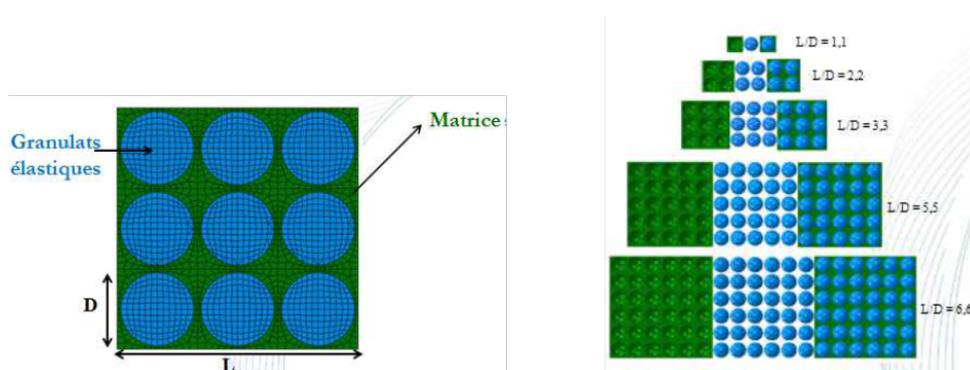


FIGURE 1.15 – Méthodologie d'obtention de la taille du VER [69].

Le rapport L/D admis pour un VER en compression est 3.3. Ce résultat sera exploité dans le chapitre 3 dans une démarche explicite pour la construction d'un VER.

1.4 Conclusion

Le béton est un matériau représenté ici comme un composite constitué de granulats, de pâte de ciment et d'une zone de transition ou interface. Une telle représentation prend en compte la mésostructure et toutes les particularités de chaque composant pour décrire la réponse mécanique globale du matériau. Nous avons dans un premier temps fait le point sur l'état des connaissances concernant la zone de transition interfaciale autour des granulats. Les mécanismes de formation de cette zone ont été bien étudiés dans la littérature. Ils combinent des aspects physiques (l'effet de paroi, l'effet du micro-ressuage, la croissance unilatérale) et chimiques (le transport d'hydrates). Nous avons vu à travers ce chapitre que c'est une zone de très forte porosité, que son épaisseur est de l'ordre de $20 \mu\text{m}$ et qu'elle dépend de plusieurs paramètres : le type de ciment, la nature des granulats, la porosité des granulats, le rapport E/C... Nous avons fait, dans la suite, un récapitulatif de la littérature sur l'analyse de la réponse mécanique du béton sous compression. Nous avons examiné différentes approches analytiques et quelques modèles numériques permettant de déterminer les caractéristiques effectives macroscopiques du matériau équivalent. Les modèles analytiques sont très largement limités aux calculs élastiques ou viscoélastiques linéaires. Pour aller plus loin, il est nécessaire de prendre en compte les phénomènes d'endommagement, ce qui est fait le plus souvent de façon phénoménologique à travers des diminutions de modules liées à des microcavités. Ce type d'études élabore un modèle mésoscopique visant à décrire les conséquences à l'échelle de l'échantillon du désordre initial local à l'intérieur du matériau. Par ailleurs, les approches mésoscopiques présentent l'avantage de permettre la compréhension des phénomènes de fissuration par la prise en compte de la microstructure du béton et de l'interface pâte/granat.

Vers une approche cohésive

Sommaire

2.1	Introduction	44
2.2	Mécanique classique de la rupture	44
2.2.1	Mécanique linéaire de la rupture	44
2.2.2	Mécanique non-linéaire de la rupture	47
2.2.3	Limites de la mécanique classique de la rupture	48
2.3	Modèles de zone cohésive (CZM)	50
2.3.1	Décomposition dans le repère normal/tangent	52
2.3.2	Contact unilatéral de Signorini et frottement de Coulomb	53
2.3.3	Loi cohésive retenue	53
2.3.4	Critères d'initiation et de propagation de l'endommagement	54
2.3.5	Avantages des CZM	56
2.3.6	Inconvénients des CZM	56
2.4	Approche par Éléments Finis Cohésifs Volumiques (EFCV)	57
2.4.1	Approche multicorps et complémentarité volumique-surfacique	57
2.4.2	Formulation variationnelle	58
2.4.3	Méthode Non-Smooth Contact Dynamics (NSCD)	60
2.4.4	Choix du schéma d'intégration	60
2.5	Conclusion	61

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, quelques notions théoriques de la mécanique linéaire de la rupture sont présentées. Une telle approche est efficace pour étudier la rupture des matériaux élastiques linéaires isotropes. En ce qui concerne les matériaux ductiles, on a plutôt recours à la mécanique dite non-linéaire de la rupture.

Cependant, la mécanique classique de la rupture présente des limites, comme les problèmes d'amorçage et d'instabilité de la propagation de fissures. Aujourd'hui, il est possible de surmonter ces limitations de la mécanique de la rupture en passant aux modèles de zone cohésive. Dans une deuxième partie, l'approche cohésive est présentée en lien avec la mécanique de la rupture, avec ses avantages et ses limitations. Enfin, la loi cohésive choisie pour ce travail est présentée.

2.2 Mécanique classique de la rupture

2.2.1 Mécanique linéaire de la rupture

La mécanique linéaire de la rupture constitue un outil efficace pour analyser ou simuler les mécanismes de rupture fragile. Elle s'est beaucoup développée depuis les années 1960 et elle permet d'écrire différents critères de propagation de fissures. On définit une rupture par la séparation irréversible d'un milieu continu en deux parties en créant une interface A (Figure 2.1).

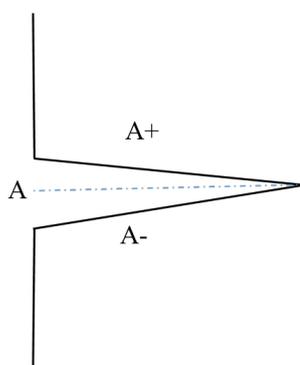


FIGURE 2.1 – Séparation d'un milieu continu de part et d'autre d'une interface A .

La fissure créée modifie les champs de déplacements, de déformations et de contraintes. Le champ de déplacements est caractérisé par un saut de déplacement. Dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture, les hypothèses suivantes seront vérifiées :

- petites perturbations,
- matériaux élastiques linéaires,
- évolutions quasi-statiques et isothermes,
- fissuration rectiligne dans un corps bidimensionnel.

Une fois ces hypothèses adoptées, l'étude de la fissuration se fait soit par une analyse des contraintes en pointe de fissure (approche locale), soit par une analyse énergétique (approche globale).

2.2.1.1 Description du champs des contraintes en pointe de fissure

L'approche locale se base sur l'écriture du champ de contraintes au voisinage de la fissure. Selon le type de chargement, on peut citer trois modes de fissuration (Figure 2.2) :

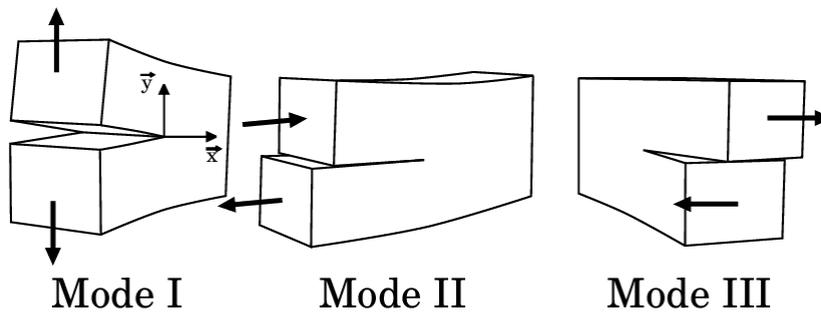


FIGURE 2.2 – Représentation schématique des différents modes de rupture

- mode I : mode d'ouverture.
- mode II : mode de glissement plan.
- mode III : mode de glissement anti-plan.

Dans un matériau dont le comportement est élastique linéaire et quels que soient le chargement et la géométrie du corps, Williams [129] a montré qu'au niveau de la pointe d'une fissure, les composantes du tenseur des contraintes s'écrit sous la forme suivante :

$$\sigma_{i,j}(r, \theta) = \frac{K_\alpha}{\sqrt{r}} f_{i,j}^\alpha(\theta) + j_\alpha(r, \theta) \quad (2.1)$$

où (r, θ) sont les coordonnées polaires d'un point du solide à la pointe de la fissure. Les fonctions $j_\alpha(r, \theta)$ sont des fonctions bornées lorsque r tend vers 0 et $f_{i,j}^\alpha(\theta)$ sont des fonctions sans dimension dépendant du mode de chargement. $\alpha = I, II$ et III correspondent aux trois modes d'ouvertures. Les termes $K_{I,II\text{ou}III}$ sont les facteurs d'intensité de contraintes dans les différents modes de rupture, exprimés en $\text{MPa} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}}$. Ces facteurs dépendent de la géométrie de l'échantillon, de la fissure et du chargement appliqué. Leur formule générale s'écrit :

$$K = \sigma \sqrt{\pi l} f(l, \xi) \quad (2.2)$$

La fonction f dépend de la longueur de fissure l et de facteurs liés à la géométrie de l'éprouvette ξ . Les facteurs d'intensité de contraintes sont des paramètres clés de la mécanique linéaire de la rupture (2.1). En effet, Irwin [59] a proposé un critère de propagation de fissure en mode I en supposant l'existence d'une valeur critique au-delà de laquelle, la fissure se propage. Cette

valeur limite est appelée ténacité du matériau et notée K_{IC} . Le critère est par la suite généralisé pour les trois modes de ruptures :

$$\begin{cases} K_\alpha < K_{IC} \Rightarrow \dot{l} = 0 \\ K_\alpha = K_{IC} \Rightarrow \dot{l} > 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Les ténacités K_{IC} sont des grandeurs intrinsèques au matériau. Comme les facteurs d'intensité de contraintes K_α , elles ne dépendent que de la géométrie de l'éprouvette. Cependant, l'approche locale en contraintes en pointe de fissure présente une limitation qui est la singularité de la contrainte en fond de fissure. En effet, quand r tend vers 0 la contrainte est indéfinie.

2.2.1.2 Bilan énergétique de Griffith

Dans le même cadre de la mécanique de la rupture on trouve l'approche globale en énergie proposée par Griffith [47]. Il a défini un critère énergétique à partir duquel il y a une propagation de fissure. Soit un corps élastique contenant une fissure considéré comme un système thermodynamiquement réversible. La densité linéique d'énergie γ est définie comme étant la quantité créée lors de l'avancement de la fissure. Il est possible donc d'écrire l'énergie totale du système $E_{tot}(l)$ en fonction de l'énergie potentielle mécanique $P(l)$ et de la longueur de la fissure l :

$$E_{tot}(l) = P(l) + 2\gamma l, \quad (2.4)$$

où : $2\gamma l$ est l'énergie correspondant à la création des deux lèvres de fissure. Le critère de propagation de fissure est déterminé en s'appuyant sur le principe de minimisation de l'énergie. La fissure avance d'une quantité Δl si les énergies totales du système avant et après la propagation de la fissure vérifient l'inégalité :

$$E_{tot}(l + \Delta l) < E_{tot}(l). \quad (2.5)$$

Il en découle :

$$P(l + \Delta l) + 2\gamma(l + \Delta l) \leq P(l) + 2\gamma l. \quad (2.6)$$

En définissant le taux de restitution d'énergie $G = -\frac{\partial P}{\partial l}$, le critère énergétique de propagation de la fissure est obtenu à partir de l'équation 2.6 :

$$\begin{cases} G < 2\gamma \Rightarrow \dot{l} = 0 \\ G \geq 2\gamma \Rightarrow \dot{l} > 0, \end{cases} \quad (2.7)$$

avec \dot{l} la vitesse de la fissure.

Grâce à ce critère, on peut surmonter les problèmes liés à la singularité de la contrainte en pointe de la fissure. Cependant, cette approche globale reste valable uniquement dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture. En effet, la propagation de la fissure est étudiée comme un processus thermodynamique réversible ; l'effet de phénomènes irréversibles n'est donc pas pris en compte. La mécanique non-linéaire de la rupture a été développée afin de surmonter ce problème et sera présentée dans la partie suivante.

2.2.1.3 Formule d'Irwin

Irwin [57] en 1960 a proposé une formule, suivant les modes de sollicitation, décrivant la relation entre les facteurs d'intensité des contraintes et le taux de restitution d'énergie dans la direction de la pointe de fissure :

$$G = \begin{cases} \frac{1 - \nu^2}{E}(K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1 + \nu}{E}K_{III}^2 & \text{Cas des déformations planes} \\ \frac{1}{E}(K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1 + \nu}{E}K_{III}^2 & \text{Cas des contraintes planes} \end{cases} \quad (2.8)$$

avec : ν le coefficient de Poisson et E le module d'Young du matériau.

2.2.2 Mécanique non-linéaire de la rupture

La mécanique linéaire de la rupture, présentée dans la section précédente est adaptée à la fissuration dans les matériaux possédant un comportement élastique fragile. Les hypothèses de la mécanique linéaire de la rupture présentent leur limite dès que l'on travaille sur des matériaux élasto-plastiques. Ces derniers, montrent une déformation plastique sous contrainte localisée dans une zone au voisinage de la fissure. Il est possible d'utiliser la mécanique linéaire de la rupture en faisant quelques corrections sur les facteurs d'intensité de contrainte [58] si les dimensions de la zone plastique sont très petites vis à vis des dimensions de l'échantillon. Cette taille de la zone plastique peut être du même ordre de grandeur que la longueur de la fissure dans le cas des matériaux ductiles. La mécanique non-linéaire de la rupture propose des critères de propagation de fissures dans ces situations.

2.2.2.1 Extension de la théorie de Griffith

Les travaux d'Irwin [60] et d'Orowan [94] complètent l'approche de Griffith qui a un caractère réversible et non dissipatif (la transformation est isotherme et élastique). Ils ont inclus la participation de la zone plastique se développant en front de fissure. En effet, ils ont rajouté dans la formule de taux critique de restitution d'énergie (équation 2.7), un terme R_f qui prend en considération les énergies dissipées durant le processus de fissuration :

$$G_C = 2\gamma + R_f. \quad (2.9)$$

Cette analyse est introduite dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles [110, 81]. Plus généralement, le critère peut s'écrire :

$$\begin{aligned} G < G_C &\Rightarrow \dot{l} = 0 \\ G = G_C &\Rightarrow \dot{l} > 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Pour le cas d'une dissipation, R_f est négligeable, on retrouve le critère donné en équation (2.7) pour les matériaux fragiles. Cependant, dans le cas des matériaux ductiles, la densité d'énergie γ est petite devant R_f et le taux critique de restitution d'énergie dépend principalement de l'énergie dissipée R_f . Il est donc nécessaire de connaître la valeur du taux de restitution d'énergie G pour pouvoir utiliser ce critère. Par la suite, une méthode pratique permettant de déterminer cette grandeur est présentée.

2.2.2.2 Intégrale de Rice

Cette intégrale permet d'estimer le taux de restitution d'énergie. Le concept théorique de l'intégrale de Rice J a initialement été introduit par Eshelby [34]. Il a été repris par Cherepanov [20] puis par Rice [102]. L'intégrale de Rice relie l'approche en contrainte à l'approche énergétique. Elle s'exprime par :

$$J = \int_{\Gamma} (\rho \omega n_1 - \sigma_{ik} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} n_k) dS \quad (2.11)$$

où ω et ρ sont respectivement la densité massique d'énergie élastique et la masse volumique, Γ est un contour ouvert autour de la fissure, n_k est une composante du vecteur \vec{n} , normale sortante au contour Γ , dS représente un élément de surface (voir figure 2.4). le vecteur \vec{x}_1 est colinéaire à la fissure et orthogonal au contour qui se propage dans la direction \vec{n}_1 .

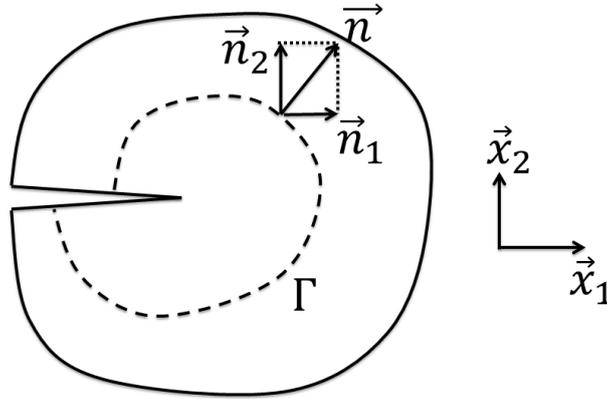


FIGURE 2.3 – Grandeurs présentes dans l'intégrale de Rice.

Dans le cas d'une fissure rectiligne avec un chargement qui est considéré constant, l'intégrale de Rice est égale au taux de restitution d'énergie [104] $J = G$. Il devient possible, à travers cette relation, de trouver le taux de restitution d'énergie afin d'appliquer le critère de propagation des fissures de l'équation (2.10).

2.2.3 Limites de la mécanique classique de la rupture

La mécanique classique de la rupture n'est valable que dans les situations « standards ». En effet, elle possède des limitations, telles que la description de l'amorçage et de la propagation de la fissuration, qui ne lui permettent pas de traiter des situations mécaniques plus complexes.

2.2.3.1 Amorçage de la fissure

Bien qu'elle propose souvent des critères de propagation de fissures, la mécanique de la rupture ne permet pas de prédire leur amorçage. Pour comprendre ceci, prenons un matériau

élastique isotrope chargé en mode I avec une contrainte σ_∞ perpendiculaire à la fissure de longueur l :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \sigma_\infty \vec{e}_y \otimes \vec{e}_y \quad (2.12)$$

Si on suppose que la fonction $f(l, \xi)$ ne dépend pas de l , l'équation (2.2) montre que $K \propto \sigma_\infty \sqrt{l}$. D'après la formule d'Irwin, on montre que $G \propto \sigma_\infty^2 l$. Alors, le critère de Griffith permet d'obtenir une relation entre la contrainte critique σ_∞^c et la longueur de fissure l :

$$\sigma_\infty^c \propto \frac{1}{\sqrt{l}}. \quad (2.13)$$

En l'absence de préfissure, la longueur de fissure tend vers 0. Il faut donc appliquer un chargement infini pour générer l'amorçage de la fissure, cette situation n'est pas réaliste. Afin de surmonter cette limitation, plusieurs idées sont proposées. On peut par exemple définir un critère d'amorçage de fissure au-delà duquel la longueur de la fissure passe de 0 à une valeur δl de manière discontinue [51]. Par la suite, cette longueur δl sera considérée comme une préfissure et il sera possible dans ce cas d'appliquer les critères de la mécanique de la rupture classique. Une autre idée a été proposée par Francfort [37]. Elle consiste en la prédiction de l'amorçage et la propagation de fissure en minimisant l'énergie de la structure. L'inconvénient de cette dernière est qu'elle nécessite un temps de calcul important.

2.2.3.2 Évolutions temporelle et spatiale de la fissuration

La description de la propagation instable de fissure n'est pas prise en compte par la mécanique classique de la rupture. La figure 2.4 montre que si la relation entre l'énergie potentielle mécanique du système P (équation 2.14) est concave et la longueur de la fissure l , on observe une augmentation du taux de restitution d'énergie, au delà de sa valeur critique, avec l'augmentation de la longueur de fissure. La propagation de la fissure est alors instable et il n'est pas possible de déterminer sa longueur avec les méthodes classiques.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial G}{\partial l}(G_C) > 0 \quad \text{instable (P est concave)} \\ \frac{\partial G}{\partial l}(G_C) < 0 \quad \text{stable (P est convexe)} \end{array} \right. \quad (2.14)$$

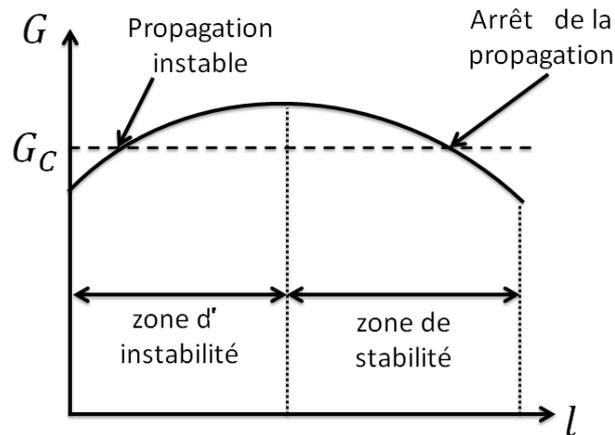


FIGURE 2.4 – Zone de stabilité de la propagation de la fissure

La mécanique de la rupture ne permet pas de décrire le changement de direction de la fissure dans la mesure où il manque une équation qui permettrait de rendre compte du phénomène de branchement. En effet, la théorie classique propose une seule équation en $2D$ pour décrire la propagation de fissure dont les deux inconnues à déterminer sont les deux composantes du déplacement en pointe de fissure. Les zones cohésives proposent des solutions pour surmonter cette limitation.

2.3 Modèles de zone cohésive (CZM)

Les modèles de zone cohésive permettent d'écrire des lois de comportement traduisant la phase d'endommagement jusqu'à la rupture d'une interface (figure 2.5). La rupture correspond à une séparation irréversible de l'interface. La fissure représente alors une discontinuité du champ de déplacement.

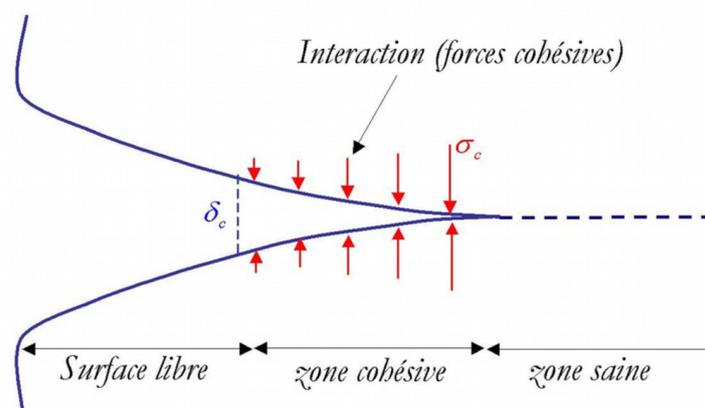


FIGURE 2.5 – Schéma décrivant une fissure cohésive.

Les modèles utilisent une loi cohésive reliant la contrainte σ au saut de déplacement $[[u]]$ au niveau de l'interface. L'énergie nécessaire à la séparation totale de deux points de l'interface est égale à l'aire sous la courbe $(\sigma, [[u]])$. Elle est également appelée énergie de rupture, énergie cohésive ou énergie de décohesion. Elle est exprimée en J/m^2 . Dans la suite du paragraphe, quelques modèles de zone cohésive rencontrés dans la littérature sont présentés. Les modèles de zone cohésive ont été proposés initialement par les travaux de Dugdale [28] et de Barenblatt [4]. Ils permettent de décrire l'amorçage et l'évolution des fissures même dans des situations mécaniques complexes (matériaux hétérogènes composites, de comportements non-linéaires, de chargements complexes, de régime dynamique...). Ils prennent en considération la fissuration au moyen d'un vecteur contrainte cohésive, noté ici \vec{R} . Le modèle de Barenblatt (figure 2.6) s'intéresse à la fissuration de matériaux fragiles. Ce modèle prend en considération la contribution d'une sollicitation en fond de fissure liée aux forces atomiques qui agissent au voisinage de cette zone. La contrainte cohésive est appliquée sur la zone de transition entre la zone saine du matériau et la zone fissurée. L'ouverture normale de la fissure avance jusqu'à une valeur critique δ_N^c qui correspond à la contrainte cohésive normale R_N . Au-delà de cette valeur, la contrainte diminue et tend vers 0 lorsque l'ouverture tend vers l'infini.

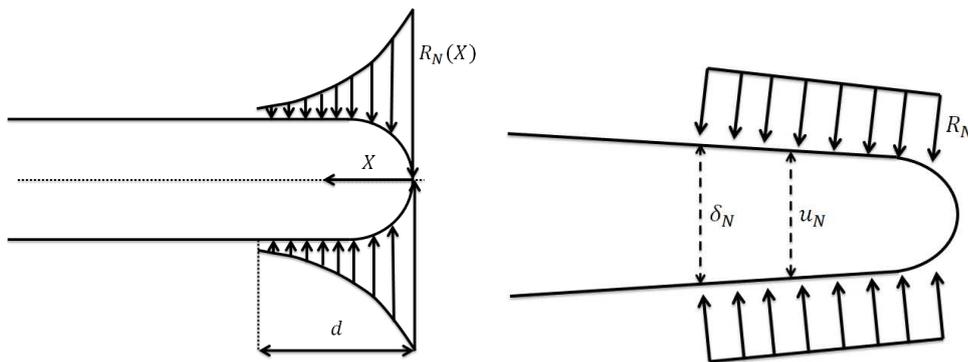


FIGURE 2.6 – Modèle de Barenblatt [4] (gauche) et Modèle de Dugdale [28] (droite).

Le modèle de Dugdale (figure 2.6) est similaire à celui de Barenblatt mais il est plutôt adapté à des matériaux ductiles sollicités en traction. Dans ce modèle, la contrainte cohésive est une constante σ_0 tant que l'ouverture de la fissure est au dessous de sa valeur critique δ_N^c . Au-delà de cette valeur, la contrainte cohésive s'annule.

Les premiers modèles de zone cohésive sont limités à la description de l'évolution des contraintes cohésives de traction en fonction du saut de déplacement normal. Avec Palmer et Rice [95], les modèles se sont enrichis pour prendre en considération les contraintes cohésives tangentielles σ_T en fonction du saut de déplacement tangentiel $[[u_T]]$. D'autres modèles tenant compte des lois de fissuration normales et tangentielles ont également été proposés [19]. Les expressions de R_N et R_T dans ces modèles sont calculées de façon découplée. Les modèles de zone cohésive couplés ont été proposés à la fin des années 80. Tvergaard et Hutchinson [119] ont étudié la fissuration dans des matériaux élasto-plastiques en utilisant une loi cohésive de type trapézoïdal. Ce modèle prend en considération des phénomènes de nucléation, de croissance et de coalescence de micro-vides liés à la rupture dans les matériaux ductiles. Ce modèle

a été consacré à l'étude de la réponse normale.

Needleman [88] a mis en relation les contraintes cohésives et des sauts de déplacement à travers un potentiel ϕ . Ce modèle est limité au mode normal. Tvergaard [118] a enrichie le modèle proposé par Needleman en introduisant le frottement de Coulomb pour prendre en considération le mode tangentiel. En effet, il sépare l'ouverture en deux parties : au-dessous de cette valeur, la décohésion d'interface suit le modèle de Needleman et une fois la valeur de déplacement δ_T^c est atteinte, un frottement de Coulomb post-rupture est pris en compte.

Plusieurs modèles de zone cohésive ont été proposés, entre 1987 et 1990, par Needleman et ses collaborateurs pour étudier la fissuration sous chargement quasi-statique. Ces modèles permettent de coupler les réponses normales et tangentielles [88, 89]. Ils décrivent la relation entre la contrainte cohésive et le saut de déplacement à travers un potentiel $\phi([u_N], [u_T])$:

$$\sigma_N = \frac{\partial \phi}{\partial u_N} \text{ et } \sigma_T = \frac{\partial \phi}{\partial [u_T]}.$$

Raous, Cangémi et Cocu [100] ont introduit en 1999 un modèle couplant endommagement cohésif et contact frottant avec une transition progressive de l'état adhérent à l'état frottant. Ce modèle s'appuie sur l'introduction d'une variable d'endommagement β : $\beta = 1$ lorsque l'interface est vierge et $\beta = 0$ quand l'interface est rompue.

2.3.1 Décomposition dans le repère normal/tangent

En général, la résistance cohésive \vec{R} peut être décomposée en une partie normale σ_N et une partie tangentielle σ_T :

$$\vec{R} = \sigma_N \vec{n} + \sigma_T \vec{t} \quad (2.15)$$

où \vec{n} et \vec{t} représentent respectivement la normale et la tangente à la fissure. La décomposition du saut de déplacement en une composante normale u_N et une composante tangentielle u_T est illustrée sur la Figure 1.8 :

$$[[\vec{u}]] = u_N \vec{n} + u_T \vec{t} \quad (2.16)$$

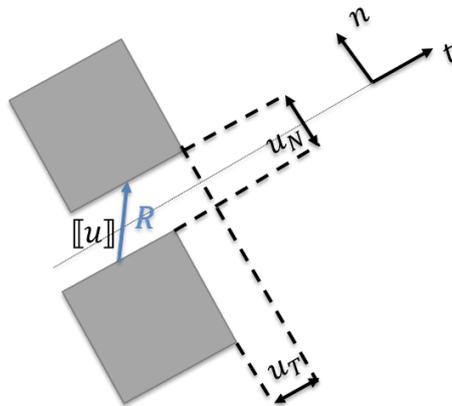


FIGURE 2.7 – Décomposition du saut de déplacement

Dans ce chapitre, on appelle $\sigma^{cohmax}(\sigma_N^{cohmax}, \sigma_T^{cohmax})$ la force maximale supportée par la zone cohésive et $\delta([u_N]^{max}, [u_N]^{max})$ représente l'ouverture critique au-delà de laquelle la fissure est créée.

2.3.2 Contact unilatéral de Signorini et frottement de Coulomb

Le frottement avec glissement intervient, entre deux solides en contact, par le développement d'une force de frottement F_t s'opposant au mouvement relatif tangent au plan de contact. D'après [33] :

- la force de frottement est indépendante de l'aire apparente de la surface de contact.
- la contrainte de frottement en glissement est proportionnelle à la force normale R_N appliquée au contact telle que $\sigma_T = \mu\sigma_N$ où μ est le coefficient de frottement.
- le coefficient de frottement μ dépend uniquement des matériaux en contact et est constant au cours du glissement.

La loi de Coulomb exprime une relation entre la vitesse de glissement V et la force de frottement R_T . Le coefficient de frottement μ donne la force tangentielle nécessaire pour mettre le contact en glissement en fonction de la force normale R_N exercée au contact. Pour des valeurs de R_T inférieures à μR_N le contact est non glissant ($V = 0$), lorsque $R_T = \mu R_N$ le contact devient glissant.

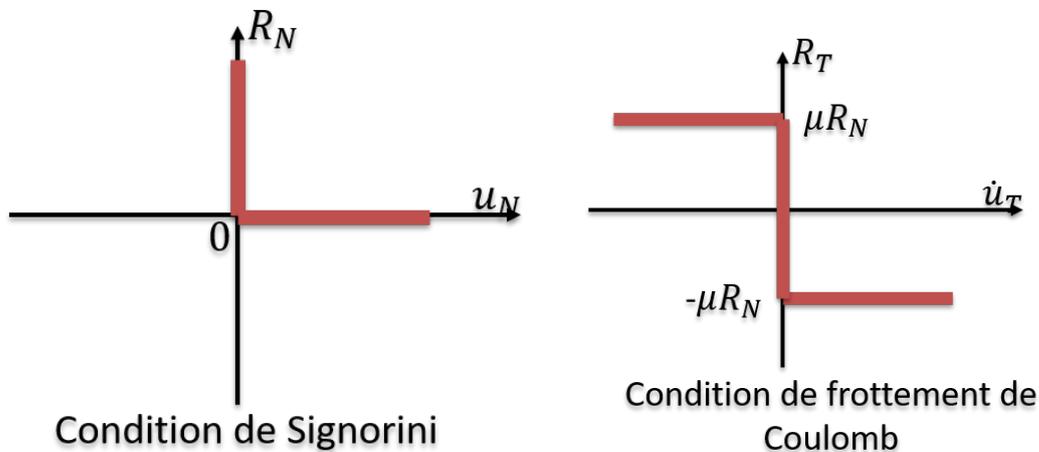


FIGURE 2.8 – Contact unilatéral de Signorini et frottement de Coulomb

2.3.3 Loi cohésive retenue

La loi cohésive retenue couple adhésion, frottement et contact unilatéral [101, 18] (Figure 2.9). Elle est appelée loi MAL [32] dans le logiciel LMGC90. Elle permet de prendre en compte des modes mixtes. La relation entre la contrainte cohésive σ^{coh} et le saut de déplacement $[u]$ est :

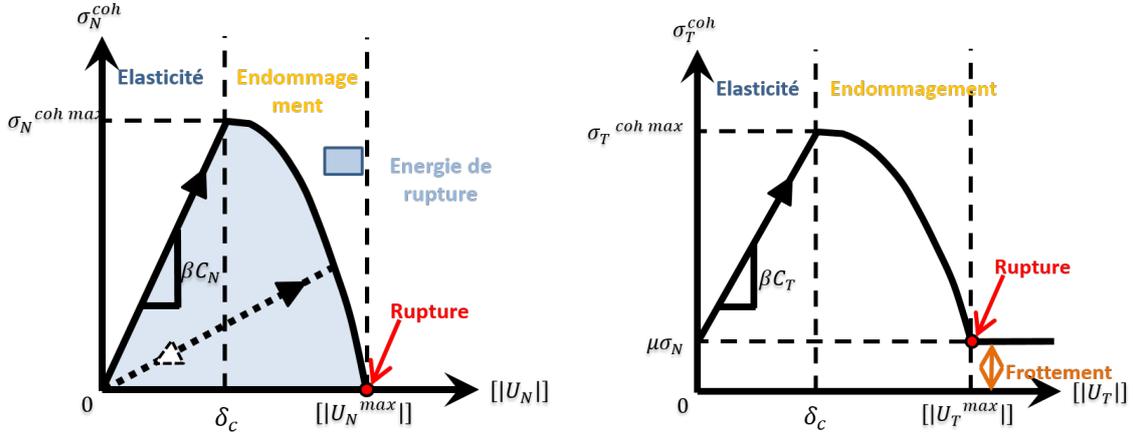


FIGURE 2.9 – Loi cohésive utilisée : en traction pure (à droite) et en cisaillement pur (à gauche).

$$\sigma^{coh} = K(\beta) \cdot [|u|] \quad (2.17)$$

$$K(\beta) = \beta \left(C_N n \otimes n + C_T \frac{u_T \otimes u_T}{||u_T||^2} \right) \quad (2.18)$$

où C_N et C_T sont les raideurs normale et tangente (en Pa/m) de l'interface. β est la variable d'intensité d'endommagement : pour $\beta = 1$, l'interface est parfaite, pour $0 < \beta < 1$, l'interface est partiellement endommagée et pour $\beta = 0$, l'interface est totalement rompue.

Le frottement est pris en considération dans cette loi (figure 2.9) à travers l'équation suivante :

$$\mu(\beta) = (1 - \beta)^n \cdot \bar{\mu} \quad (2.19)$$

Si $n > 0$, il dépend de la variable d'adhésion β ; si $\beta = 1$ (interface non endommagée), le coefficient de frottement est nul. Il évolue en fonction de β et il atteint sa valeur maximale $\bar{\mu}$ quand l'interface est totalement rompue ($\beta = 0$). Il est possible, grâce à la loi MAL, de décrire la fissuration en mode pur à travers des chargements de traction ou cisaillement pur ou en mode mixte d'une façon couplée comme dans le cas d'un essai de compression. Dans le chapitre 4, on va utiliser cette loi afin de décrire le comportement d'un béton numérique lors d'un essai de compression. Pour ceci, l'information concernant les paramètres de fissuration (contrainte cohésive et énergie cohésive) est recherchée dans les deux modes purs de rupture. Il est possible d'identifier ces informations à travers des essais expérimentaux dans le mode souhaité. Dans le paragraphe suivant, on va présenter les critères d'initiation et de propagation de l'endommagement à travers des relations combinant les deux modes.

2.3.4 Critères d'initiation et de propagation de l'endommagement

Le critère d'initiation d'endommagement pour la loi cohésive, marquant la sortie du domaine élastique, est tel que :

$$\left(\frac{\sigma_N}{\sigma_I^{max}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_T}{\sigma_{II}^{max}} \right)^2 = 1 \quad (2.20)$$

C'est un critère quadratique en contrainte dans lequel σ_I^{max} et σ_{II}^{max} correspondent respectivement à la contrainte maximale dans les modes purs I et II, et σ_N et σ_T sont respectivement les composantes normale et tangente de la contrainte limite élastique à la zone cohésive. Le critère d'endommagement peut être reformulé en terme de déplacements :

$$\left(\frac{[|u_N|]_c}{\delta_{c,I}}\right)^2 + \left(\frac{[|u_T|]_c}{\delta_{c,I}}\right)^2 = 1 \quad (2.21)$$

où $\delta_{c,I}$ et $\delta_{c,II}$ sont les déplacements limites élastiques dans les modes purs I et II, et $[u_N]_c$ et $[u_T]_c$ sont les composantes des déplacements limites élastiques en mode mixte.

Le déplacement relatif δ de deux points en vis-à-vis de l'interface peut être défini en fonction des composantes normale et tangente :

$$\delta = \sqrt{[|u_N|]^2 + [u_T]^2} \quad (2.22)$$

En introduisant le ratio M tel que :

$$M = \begin{cases} \frac{[|u_T|]}{[|u_N|]} & \text{si } [|u_N|] > 0 \quad \text{mode I ou mode mixte} \\ \infty & \text{sinon} \quad \text{mode II} \end{cases} \quad (2.23)$$

et le rapport entre les contraintes maximales en modes purs I et II (σ_1^{max} et σ_2^{max} en Pa) noté S_{12}^{max} , le déplacement limite élastique δ_c peut s'écrire :

$$\delta_c = \begin{cases} \frac{(\sigma_1^{max})^2}{C_N C_T S_{12}^{max}} \left(\frac{1 + M^2}{\left(\frac{\sigma_1^{max}}{C_T S_{12}^{max}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_1^{max} M}{C_N}\right)^2} \right)^{1/2} & \text{en mode I ou mixte} \\ \frac{\sigma_2^{max}}{C_T} & \text{sinon.} \end{cases} \quad (2.24)$$

Le critère de développement de l'endommagement (critère de propagation de fissure) est linéaire et est écrit en fonction de l'énergie de cohésion :

$$\left(\frac{w_N}{w_1^r}\right) + \left(\frac{w_T}{w_2^{max}}\right) = 1 \quad (2.25)$$

où w_N^{max} et w_T^{max} correspondent aux énergies de rupture normale et tangentielle et, w_I^{max} et w_{II}^{max} sont les énergies de rupture en modes purs I et II en J/m^2 . En notant E_{12}^{max} le ratio des énergies de rupture en mode I et II (w_I^{max} et w_{II}^{max}), le déplacement relatif à rupture δ_r s'écrit :

$$\delta_r = \begin{cases} \frac{3}{2} \left(\frac{\left(\frac{(w_1^{max})^2}{E_{12}^{max}} - \frac{\delta_c^2 D}{2}\right)}{\delta_c D} \right) + \delta_c & \text{en mode 1 ou mixte} \\ \frac{3}{2} \left(\frac{w_2^{max} - \frac{\delta_c^2 C_T}{2}}{\delta_c C_T} \right) + \delta_c & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.26)$$

avec

$$D = \frac{w_1^{max} C_N}{E_{12}^{max}(1 + M^2)} + \frac{w_1^{max} C_T M^2}{1 + M^2} \quad (2.27)$$

2.3.5 Avantages des CZM

Les modèles de zone cohésive présentent certains avantages par rapport à ceux utilisés dans la mécanique classique de rupture, et surmontent certaines limites. L'amorçage de la fissuration sera décrit directement par la réponse cohésive et il ne sera ni nécessaire de fixer des critères d'amorçage ni d'introduire des pré-fissures dans le milieu. Il est aussi possible pour les modèles de zone cohésive de suivre la propagation de la fissure sans avoir recours à des critères de branchement. Il suffit juste d'introduire des modèles de zone cohésive entre les éléments finis [131] et le trajet de la fissuration sera déterminé par les champs globaux et la réponse cohésive. Donc ces modèles permettent d'étudier la fissuration dans des situations mécaniques complexes en employant les différents modèles cohésifs selon le comportement à décrire. Certains modèles simples, ainsi que leurs capacités, sont présentés dans les prochaines sections.

2.3.6 Inconvénients des CZM

Les modèles de zone cohésive présentent les difficultés suivantes :

1. Perte de rigidité de la structure : Deux types de CZM peuvent être distingués : extrinsèque, avec une raideur initiale infinie ; et intrinsèque, avec une raideur initiale finie (figure 2.10). L'introduction des zones cohésives intrinsèques engendre une souplesse supplémentaire dans le milieu. Cette souplesse est d'autant plus importante que le maillage est fin (car le nombre de surfaces cohésives est plus important). Une solution a été apportée par Blal [14] afin de calibrer cette raideur initiale et donc maîtriser la perte de rigidité apparente. Ce critère consiste à évaluer par la borne inférieure de Hashin [54] la raideur apparente d'un composite bi-phasique constitué d'une matrice élastique isotrope et d'un ensemble d'inclusions élastiques (les zones cohésives intrinsèques).
2. Perte d'unicité de la solution : ce problème est constaté car les modèles cohésifs ont un comportement adoucissant. Monerie [81] a donné les conditions d'unicité dans le cas des matériaux élastiques cohésifs en évolution quasi-statique. La prise en compte des effets dynamiques permet de transformer l'énergie élastique stockée par le système en énergie cinétique en cas de perte d'unicité. Il y a également une autre méthode afin de surmonter cette difficulté qui consiste en une technique de régularisation visqueuse. Cette dernière permet de retarder la restitution de l'énergie.
3. Dépendance du chemin de fissuration au maillage : Tijssens [113] a montré une dépendance du trajet de fissuration à la morphologie du maillage. Cette difficulté peut être évitée en ayant recours à des discrétisations adaptées par rapport aux orientations et distributions des interfaces ce qui permet de ne pas privilégier un chemin de fissuration.

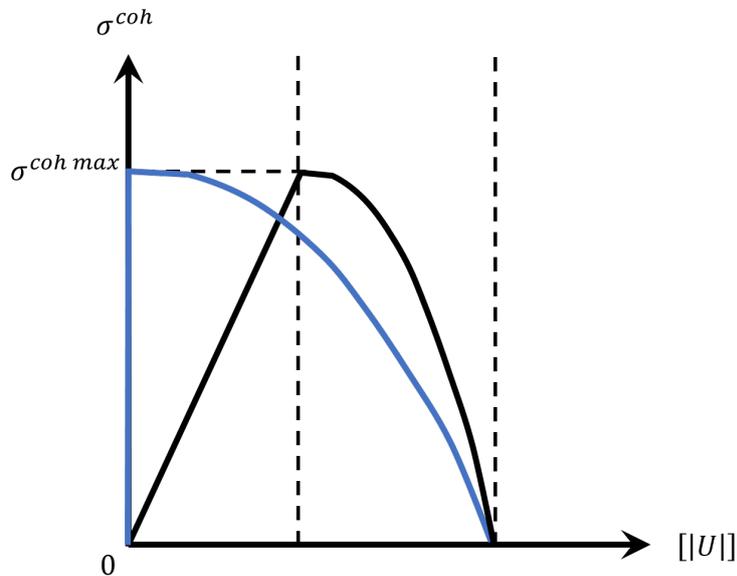


FIGURE 2.10 – Loi intrinsèque (noir) et loi extrinsèque (bleu)

2.4 Approche par Éléments Finis Cohésifs Volumiques (EFCV)

2.4.1 Approche multicorps et complémentarité volumique-surfacique

La stratégie de modélisation numérique utilisée ici consiste en une décomposition du milieu continu en un système multicorps (mailles ou groupes de mailles dans une discrétisation aux éléments finis), chaque corps interagissant avec ses voisins via une loi cohésive : il s'agit de l'approche par éléments finis cohésifs-volumiques (figure 2.11). Les Modèles de Zone Cohésive (CZM) sont des modèles numériques permettant de rendre compte des mécanismes d'endommagement et de fissuration à une échelle locale en introduisant des interfaces entre les éléments volumiques. Le comportement global du matériau est donc décrit à travers la superposition du comportement volumique de chacun des éléments de maille (corps sans endommagement) et du comportement surfacique adoucissant de la zone cohésive (portant l'information de l'endommagement). Dans cette étude, les approches aux éléments finis cohésifs-volumiques permettent de modéliser deux phénomènes :

- le comportement de la Zone de Transition Interfaciale "ITZ" au niveau de la liaison pâte de ciment/granulat à travers une loi traduisant son comportement sans avoir recours à la modéliser physiquement.
- la fissuration dans la matrice cimentaire au cours de l'essai (son comportement élastique est porté par les éléments volumiques).

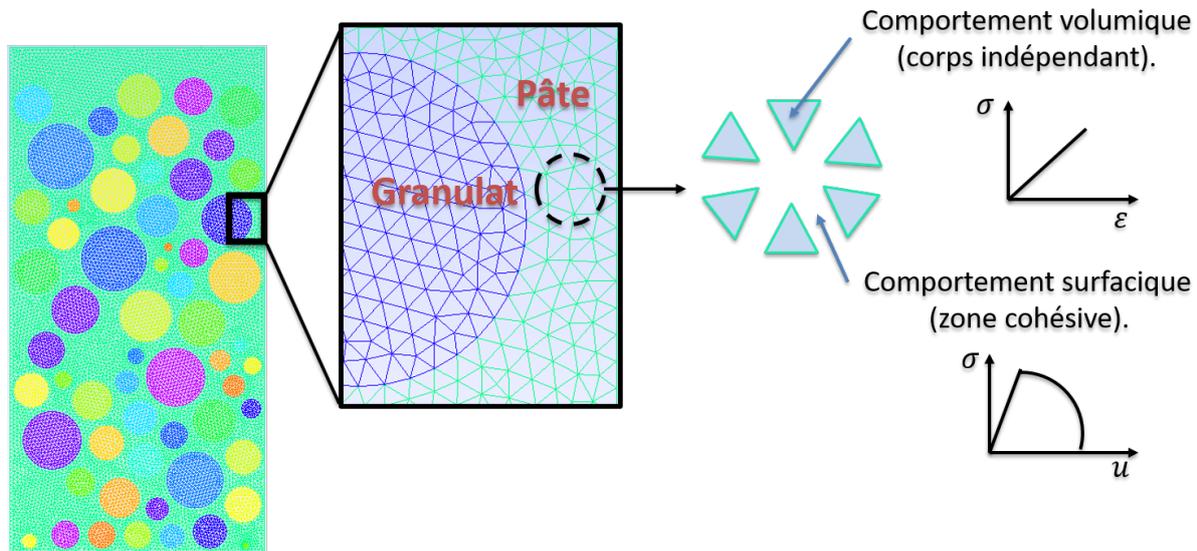


FIGURE 2.11 – Approche multicorps et complémentarité volumique surfacique

La loi cohésive utilisée pour modéliser ces deux phénomènes est présentée en détail dans le paragraphe 2.3.3 du chapitre 2. On récapitule les paramètres de cette loi dans le tableau 2.1 en les regroupant en trois groupes : rigidités interfaciales, contraintes cohésives et énergie cohésives dans les deux modes de rupture. Les indices (p,i) correspondent respectivement à la pâte de ciment et à l'interface pâte/granulat. Les indices (1,2) correspondent respectivement aux modes I et II de rupture.

Paramètres cohésifs	
Rigidités interfaciales	C_N, C_T
Contraintes cohésives	$\sigma_{1p}, \sigma_{2p}, \sigma_{1i}, \sigma_{2i}$
Énergies cohésives	$w_{1p}, w_{2p}, w_{1i}, w_{2i}$

TABLE 2.1 – Paramètres de la loi cohésive Mal utilisée dans cette étude

2.4.2 Formulation variationnelle

On rappelle ici le formalisme utilisé lors d'un calcul par élément finis dans le cas d'un solide homogène Ω soumis à des conditions aux limites de type Neumann sur une partie de sa frontière Γ_F , Dirichlet sur une partie de sa frontière Γ_u et dont le comportement suit une loi élastique dans Ω et cohésive sur une partie de sa frontière L . La figure 2.12 illustre de manière simplifiée le formalisme utilisé.

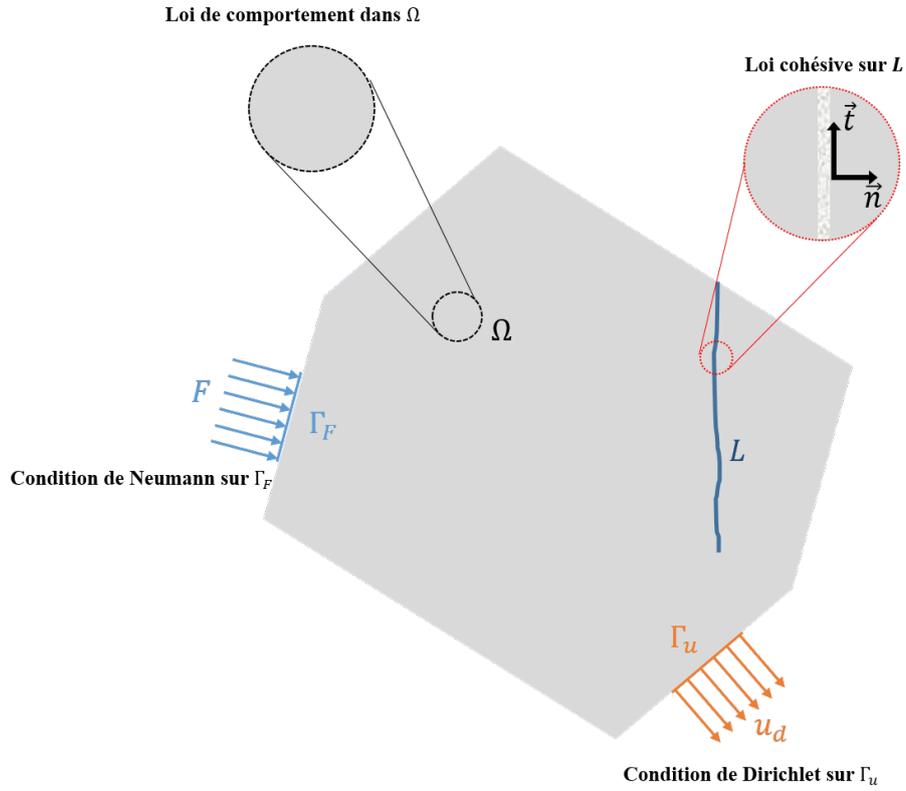


FIGURE 2.12 – Illustration du domaine d'étude dans le cas d'un calcul EFCV.

$$\left\{ \begin{array}{ll}
 \nabla \cdot (\underline{\underline{\sigma}}) + \vec{f} = \rho \cdot \vec{u} & \text{dans } \Omega : \text{Equation de la dynamique} \\
 \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{\varepsilon}} & \text{dans } \Omega : \text{Loi de comportement élastique linéaire} \\
 \underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\nabla(\vec{u}) + \nabla(\vec{u})^T) = \nabla_s(\vec{u}) & \text{dans } \Omega : \text{Petites perturbations} \\
 \underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n} = \vec{F} & \text{sur } \Gamma_F : \text{Condition de Neumann} \\
 \vec{u} = \vec{u}_d & \text{sur } \Gamma_u : \text{Condition de Dirichlet} \\
 \underline{\underline{\sigma}} \cdot \vec{n} = \vec{R}^{coh} & \text{sur } L : \text{Loi cohésive}
 \end{array} \right. \quad (2.28)$$

où \vec{R}^{coh} est le vecteur contrainte cohésive. Le système d'équations (2.28) s'écrit sous la forme matricielle : trouver $U \in \mathbb{R}^N$ tel que

$$\underline{\underline{M}}\vec{U} + \underline{\underline{K}}\vec{U} = \vec{F} + \vec{R} \quad (2.29)$$

où \vec{f} le vecteur force volumique, \vec{F} le vecteur force imposée, \vec{u}_d le vecteur déplacement imposé, ρ la masse volumique et $\underline{\underline{C}}$ le tenseur de rigidité.

La solution du système en tenant compte du comportement au niveau de la frontière L est obtenu par la méthode "Non-Smooth Contact Dynamics" (NSCD).

2.4.3 Méthode Non-Smooth Contact Dynamics (NSCD)

La méthode "Non-Smooth Contact Dynamic" (NSCD) est utilisée pour gérer ce contact cohésif. L'approche NSCD a été initialement développée par Jean [62] et Moreau [83] et permet de résoudre les conditions de contact unilatéral et de frottement de Coulomb sans régularisation ni pénalisation. Suite aux modifications apportées dans [63], la méthode permet de prendre en compte les Modèles de Zones Cohésives dans la méthode NSCD. Dans ce travail le modèle de zone cohésive est traité à l'aide d'une méthode éléments finis cohésifs-volumiques reposant sur une décomposition multicorps. En effet, chaque maille d'un maillage représente un corps ayant ses propres noeuds. La résolution est basée sur une forme discrétisée en espace et en temps de l'équation de la dynamique et nécessite l'introduction de points de contact entre les différents corps. Elle est effectuée à deux échelles (voir Figure 2.13) : "locale" où l'équation de la dynamique est résolue aux contacts et "globale" où l'équation de la dynamique dans 2.28 est résolue aux noeuds des éléments finis. La gestion de l'intégration en temps du contact est implicite. Pour plus de détails sur la relation entre les variables "globales" et "locales", le lecteur est invité à consulter les travaux de Moreau [63].

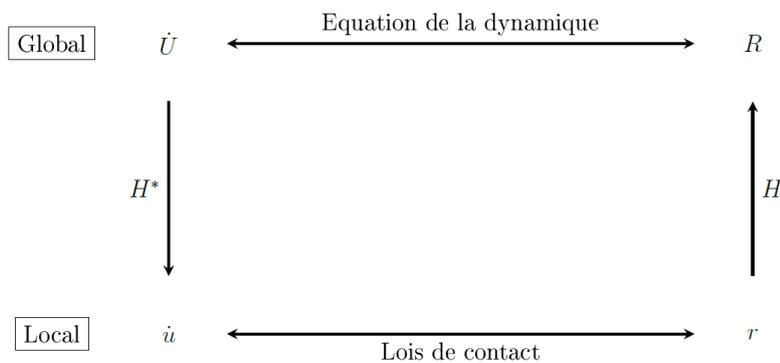


FIGURE 2.13 – Schématisation de la résolution NSCD; où H est une application linéaire duale de H^* ($H^* = H^T$) qui dépend du déplacement. Ces deux applications permettent le passage entre les deux échelles (locale et globale) pour les déplacements et les réactions.

2.4.4 Choix du schéma d'intégration

Dans ce paragraphe, on présente les motivations pour le choix du pas de temps d'intégration à l'échelle des éléments finis. En effet, le pas de temps considéré pour un schéma explicite Δt_{ex} est choisi en fonction des rigidités et des masses. Dans le cas implicite, et avec une méthode Newton-raphson, le pas de temps peut varier entre deux valeurs Δt_{im}^{min} et Δt_{im}^{max} dépendant

de la présence ou non de l'endommagement. En présence d'endommagement, le pas de temps implicite prend sa valeur minimale Δt_{im}^{min} qui est de l'ordre du pas de temps explicite Δt_{ex} . Sans endommagement, il peut prendre une valeur plus grande que celle du schéma d'intégration explicite. Le choix de ce travail va s'orienter vers celui qui permet un calcul moins coûteux. Avec un schéma d'intégration explicite, la pseudo matrice de masse du problème est diagonale, ce qui n'est pas le cas pour le schéma d'intégration implicite. Par ailleurs, ce dernier nécessite des itérations par pas de temps afin de converger vers la solution. Pourtant, le calcul explicite nécessite une discrétisation temporelle plus fine mais comme il n'y a pas d'itération, il est moins coûteux en terme de temps de calcul total dans notre cas. Donc, on a choisi d'utiliser une méthode d'intégration explicite.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté trois types d'approches qui permettent d'étudier la rupture des matériaux et des structures : la mécanique linéaire de la rupture, la mécanique non-linéaire de la rupture et les modèles de zone cohésive. La première est une approche efficace pour l'étude des matériaux fragiles. Un résultat important de cette approche est la définition d'un critère de propagation de fissure. D'un point de vue local, ce critère a été fixé en analysant les contraintes en pointe de fissure à travers des facteurs d'intensité de contraintes. D'un point de vue global, ce critère a été déterminé à partir des taux de restitution d'énergie. Dans les matériaux ductiles apparaît une zone plastique autour de la pointe de la fissure et la mécanique linéaire de la rupture n'est plus applicable. La mécanique non-linéaire de la rupture a été développée pour surmonter ce problème et permettre l'étude de la rupture pour cette classe de matériaux. La mécanique linéaire et la mécanique non-linéaire de la rupture constituent des approches désormais classiques qui permettent de traiter des problèmes de rupture dans des situations «standards». Les modèles de zone cohésive ont été introduits pour étudier la fissuration dans des situations mécaniques complexes (amorçage, propagation, branchement d'une ou de plusieurs fissures). Ce sont des modèles numériques qui permettent de décrire l'amorçage et l'évolution des fissures en introduisant un comportement surfacique endommageable pour la fissure. Différents modèles de la littérature ont été présentés et certaines de leurs capacités prédictives ont été illustrées. L'identification de ces modèles cohésifs (forme, paramètres matériaux) reste aujourd'hui une problématique ouverte qui limite leur utilisation prédictive dans les simulations numériques. Dans ce travail, on propose de mettre en place une méthodologie d'identification de modèles cohésifs en évitant les principales limitations des méthodes antérieures de la littérature qui postulent un trajet de fissuration et/ou une forme de loi cohésive.

Volume élémentaire représentatif numérique (VERN)

Sommaire

3.1	Introduction	64
3.2	Volume Élémentaire Représentatif	64
3.2.1	Existence	64
3.2.2	Motivations	65
3.2.3	Définition du VER	65
3.3	Méthodologie de construction d'un VERN	65
3.3.1	Données du Volume Élémentaire Représentatif Expérimental (VERE)	66
3.3.2	Choix de la taille du VERN	66
3.3.3	Choix de la forme des particules	67
3.3.4	Génération de la mésostructure du VERN45	68
3.3.5	Mise en place des particules générées	71
3.3.6	Génération des coupes 2D à partir de l'éprouvette 3D	71
3.3.7	Isotropie de la distribution des inclusions	72
3.4	Conclusion	79

3.1 Introduction

La micromécanique repose principalement sur le principe de transition d'échelles entre l'échelle microscopique, l'échelle mésoscopique et l'échelle macroscopique. En effet, la plus grande échelle est l'échelle de la structure dont la taille peut varier de plusieurs mètres ou dizaines de mètres suivant les cas (bâtiments, fondations...) et jusqu'à des centaines de mètres pour les grandes structures (pont de grande portée, ...). L'échelle macroscopique quand à elle se situe entre les dizaines et les centaines de centimètres. On peut à cette échelle modéliser les éléments de structures. A cette échelle on modélise le béton comme un ensemble statistiquement homogène. A l'échelle mésoscopique, le béton est considéré comme un composite hétérogène, composé de granulats (de plusieurs millimètres à quelques centimètres de diamètres) noyés dans une matrice cimentaire qui elle-même peut être modélisée en utilisant une plus petite échelle dite échelle microscopique, qui représente la microstructure du matériau et elle est de l'ordre du millimètre (figure 3.1).

Dans certaines applications où le temps de calcul est un sujet de préoccupation majeure, il est

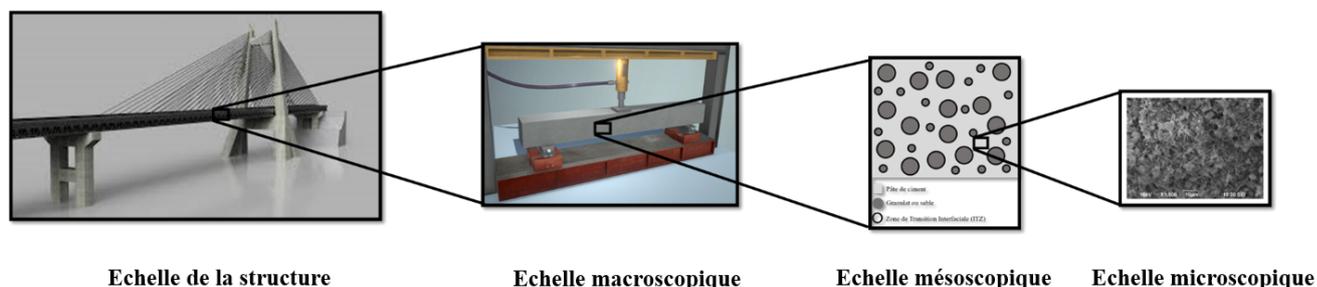


FIGURE 3.1 – Béton représenté à différentes échelles

intéressant de créer un modèle à l'aide d'une éprouvette ayant la plus petite taille possible et qui en même temps est suffisamment grande pour être représentative. Cette éprouvette est appelée Volume Élémentaire Représentatif (VER). Dans ce chapitre, on présente la méthodologie suivie dans la construction d'un VER Numérique (VERN). Avant tout, on présente un rappel de la littérature sur la question de l'existence du VER, les motivations pour lesquelles on souhaite construire un VERN, les quelques définitions dans la littérature du VER utilisées pour des fins différentes. Ensuite, on présente les données liées au VER expérimental (VERE) (rayons des particules, distribution granulométrique, ...) qui vont être exploitées dans la génération de la microstructure.

3.2 Volume Élémentaire Représentatif

3.2.1 Existence

L'existence d'un VER pour la classe des matériaux quasi-fragiles (matériaux qui montrent un comportement adoucissant) est l'une des principales questions à résoudre dans l'étude des

milieux hétérogènes [73, 46]. Ainsi, plusieurs travaux ont présenté des procédures permettant de déterminer un volume représentatif [30, 16, 16, 2, 68]. Une méthode objective pour déterminer la taille de VER a également été proposée dans [43] pour les matériaux granulaires et pour des matériaux hétérogènes aléatoires [44]. Cette dernière est basée sur l'analyse statistique combinée à la réponse numérique du matériau modélisé.

3.2.2 Motivations

L'obtention des propriétés apparentes ou homogénéisées du béton à partir des propriétés mécaniques et des formes géométriques de ses phases peut être approchée de nombreuses façons. Dans le cadre de l'élasticité linéaire, les méthodes analytiques, telles que Mori-Tanaka [85] et les schémas auto-cohérents [72] peuvent donner de bonnes estimations des propriétés moyennes (ces méthodes sont présentées en détails dans le chapitre 1). Toutefois, ces méthodes analytiques présentent leur limite lors de l'étude des problèmes non linéaires. Une modélisation numérique décrivant la microstructure du volume élémentaire représentatif (VER) est une approche alternative lorsque les méthodes analytiques ne sont plus applicables.

3.2.3 Définition du VER

Avant de passer à la construction de VER, il est intéressant de rappeler quelques définitions :

- Le VER est le plus petit volume du matériau, qui contient statistiquement suffisamment de mécanismes de déformation. L'augmentation de ce volume ne doit pas conduire à des changements d'équations d'évolution pour les valeurs de champs décrivant ces mécanismes [117].
- Le VER est un volume modèle à utiliser pour déterminer les propriétés effectives correspondantes au modèle macroscopique homogénéisé. Le VER doit être suffisamment grand pour contenir suffisamment d'informations sur la microstructure afin d'être représentatif, mais il doit être beaucoup plus petit que la structure macroscopique [50].
- Le VER est défini comme le volume minimal d'échantillon du laboratoire dont les résultats obtenus peuvent toujours être considérés comme représentatifs d'un continuum [121].
- La taille du VER doit être suffisamment grande par rapport à la taille des grains pour définir des quantités globales telles que la contrainte et la déformation moyennes, mais cette taille doit également être suffisamment petite pour ne pas masquer l'hétérogénéité macroscopique [35].

Toutes ces définitions révèlent que le VER doit contenir suffisamment d'informations sur la microstructure avec une taille plus petite que celle de la structure macroscopique.

3.3 Méthodologie de construction d'un VERN

Dans la démarche de la construction d'un VER numérique représentatif du VER réel (expérimental), nous avons utilisé plusieurs types d'informations nous permettant de choisir les

paramètres définissant le VER ; ces stratégies reposent sur :

1. des données expérimentales.
2. des données de la littérature.
3. des descripteurs morphologiques (covariogramme).

On classe dans le tableau 3.1 les paramètres selon les références dont ils proviennent.

données expérimentales	données de la littérature	covariogramme
rayon minimal et rayon maximal des particules, distribution granulométrique, fraction volumique de chacune des phases	taille du VERN, forme des particules	isotropie

TABLE 3.1 – Types d'information de construction d'un VER

3.3.1 Données du Volume Élémentaire Représentatif Expérimental (VERE)

On présente ici les données morphologiques du VER expérimental (VERE) utilisées pour la génération du VER numérique (VERN). Ce VERE a été réalisé lors d'un stage effectué au sein du LMGC. L'éprouvette expérimentale est cylindrique de 11 cm de diamètre et 22 cm de hauteur ($11 \times 22 \text{ cm}^2$). Les granulats utilisés sont de type calcaire et occupent 45% du volume. Leurs diamètres moyens varient de 4 mm à 16 mm. Le squelette granulaire suit la courbe granulométrique expérimentale présentée dans la figure 3.2.

3.3.2 Choix de la taille du VERN

Il serait inutile en terme de temps de calcul de simuler numériquement le comportement de l'échantillon en utilisant les mêmes dimensions de l'échantillon expérimental s'il y a la possibilité avec une taille plus petite d'avoir un échantillon représentatif du béton réel. On cherche dans ce paragraphe à déterminer la taille du VER numérique.

Certaines études se basent sur la taille des inclusions pour déterminer la taille du VER représentatif du matériau hétérogène. Par exemple, Van Mier et Van Vliet, suggèrent que la taille du VER soit approximativement égale à au moins 3 à 5 fois [121, 123, 68] ou 7 à 8 fois [122] la taille de la plus grande inclusion. D'après les travaux de Bazant [7, 8, 9], la valeur du volume du VER est égale à $V = l^n$ où n est le nombre de dimensions spatiales et l est la longueur caractéristique du matériau, qui est égale de 2,7 à 3,0 fois la taille de la plus grande inclusion. Aussi, Drugan et Willis [30] ont déduit, pour les composites élastiques renforcés, que la taille minimale du VER est égale à deux fois le diamètre du renfort. La plupart des chercheurs associent la taille d'un VER aux dimensions des inclusions. Cependant, les tailles proposées sont très

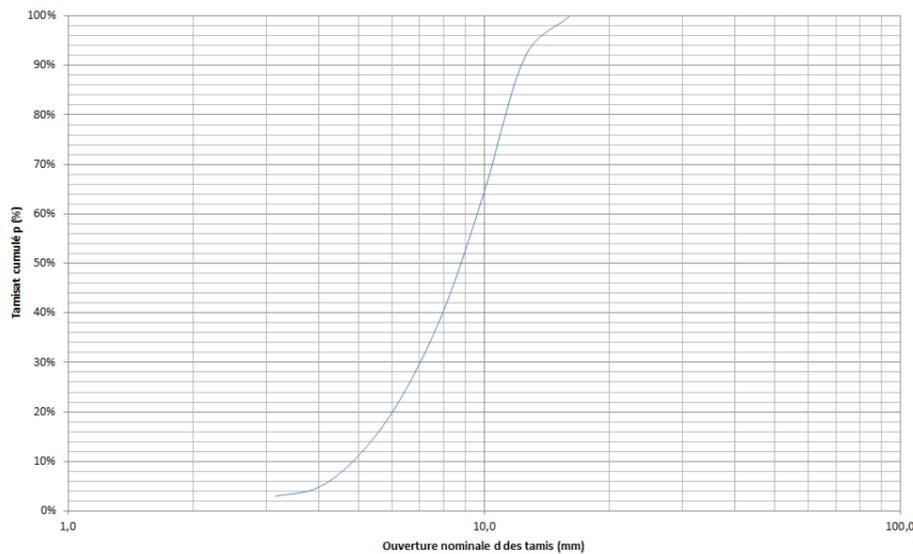


FIGURE 3.2 – Courbe granulométrique expérimentale des granulats calcaires 4/16 (mm)

différentes d'un auteur à l'autre. Dans ce même ordre d'idée, on trouve les travaux de Keinde [69] qui permettent de déterminer la taille du VER en prenant en considération le comportement adoucissant du béton. En effet, la taille du VER est définie en fonction du rapport L/D où L est la dimension du VER et D le diamètre du granulat (figure 1.15). La stabilité dans la réponse en compression du matériau permet à l'auteur de converger vers un rapport de 3,3; valeur qui permet de considérer le volume comme un VER.

Ce travail de thèse reprend les résultats issus des travaux de Keinde. Cette valeur de $L/D = 3,3$ a été prise dans ce travail comme étant le rapport minimal. Autrement dit, si la fraction volumique des particules liée au volume obtenu par ce rapport ne permet pas de reproduire la courbe granulométrique souhaitée, il faut, dans ce cas, augmenter le rapport L/D ce qui permet d'augmenter le nombre de particules générées. Étant donné que la plus grande particule a un diamètre de 16 mm et en suivant la relation $L/D = 3,3$, le diamètre de l'éprouvette serait donc de 60 mm.

3.3.3 Choix de la forme des particules

Dans la littérature, les granulats sont souvent modélisés avec une forme sphérique [25, 71, 107, 130, 133]. Dans [96] les auteurs étudient l'influence de la forme des particules sur la réponse mécanique du béton. Les différentes formes utilisées sont présentées dans la figure 3.3. Les deux éprouvettes ont la même fraction solide et les mêmes centres de gravité pour les particules. Les résultats ont montré que les deux éprouvettes présentent des largeurs de zones de rupture et des modes de rupture à peu près identiques. Dans cette étude, la forme des particules n'a pas d'influence significative sur la réponse mécanique; nous allons donc utiliser des granulats sphériques en 3D.

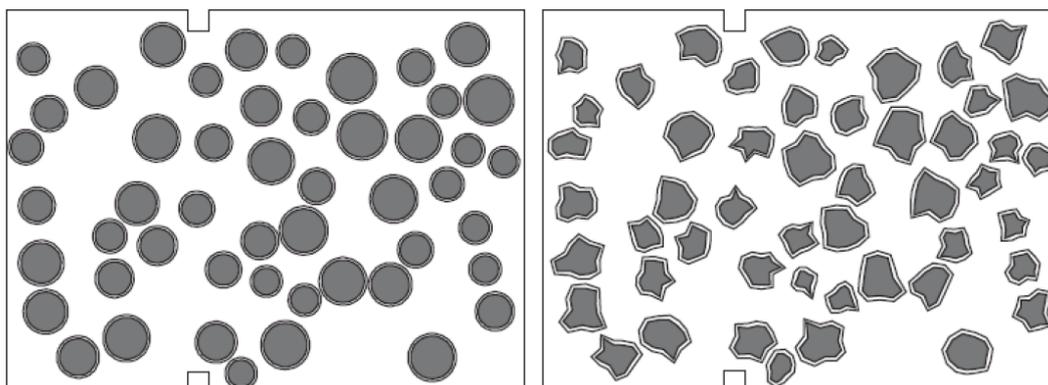


FIGURE 3.3 – Modélisation du béton avec des particules sphériques (à gauche) et polygonales (à droite) [96].

3.3.4 Génération de la mésostructure du VERN45

On s'intéresse dans cette partie à la présentation du processus numérique de génération des particules de différentes tailles suivant une courbe granulométrique donnée. Un algorithme (script Python) est implémenté pour générer les particules sphériques. L'algorithme est composé de deux étapes principales dont la première est la génération des rayons. Dans cette étape, on met en pratique une méthode proposée dans les travaux de Voivret [126] qui consiste à générer des empilements granulaires selon différents types de distributions granulométriques modèles (figure 3.4). La deuxième étape consiste en la mise en place des particules générées dans une boîte en leur affectant des positions aléatoires.

3.3.4.1 Génération des tailles

a) Espace paramétrique

La modélisation numérique de matériaux granulaires tels que les matériaux cimentaires polydisperses implique un contrôle fin de la distribution granulométrique (courbure de la distribution et rapport de tailles entre la plus petite et la plus grosse particule). Néanmoins, ce contrôle de la granulométrie implique la représentativité statistique et volumique de chaque classe de tailles, et ce, quel que soit le nombre total de particules considérées. On présente ici l'espace paramétrique requis pour la génération des particules :

- R : rayon de l'éprouvette cylindrique (D : diamètre associé).
- H : hauteur de l'éprouvette.
- r_{min} : rayon minimal des particules (d_{min} : diamètre minimal associé).
- r_{max} : rayon maximal des particules (d_{max} : diamètre maximal associé).
- T : nombre de classes
- ϕ_V : fraction volumique souhaitée (on va utiliser également l'expression "fraction solide" pour désigner la fraction volumique (3D)/surfaique(2D) des granulats dans le VER).

Les différents paramètres utilisés dans notre étude sont regroupés dans le tableau suivant :

paramètre	valeur
R	0.03 (m)
H	0.12 (m)
r_{min}	0.002 (m)
r_{max}	0.008 (m)
T	10 (classes)
ϕ_v	45%

TABLE 3.2 – Paramètres permettant de générer une distribution granulométrique cible

b) Modèle permettant de générer une courbe granulométrique

Afin d'étudier l'effet de la polydispersité sur les matériaux granulaires, Voivret, dans ses travaux [126], a développé un outil permettant de générer des particules dont la distribution des tailles est comprise entre d_{min} et d_{max} à travers deux paramètres de la polydispersité : l'étalement et la forme de la distribution volumique. Il est possible d'obtenir différentes formes de distributions granulométrique (Figure 3.4); elle sont pilotées par une fonction β dont l'expression est donnée par :

$$\beta(x, a, b) = \frac{1}{B(a, b)} \int_0^x t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt \quad (3.1)$$

avec $\beta(0) = 0$ et $\beta(1) = 1$. La fonction $B(a, b)$ est donnée par :

$$B(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)} \quad (3.2)$$

où Γ est définie par

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt. \quad (3.3)$$

C'est donc une fonction tri-paramétrique qui permet de contrôler la forme d'une distribution granulaire. Le choix des paramètres du modèle est déterminé selon sa capacité à reproduire l'empilement expérimental. Un script python permet de générer des inclusions de façon aléatoire et polydisperse. Avant tout, on doit choisir le modèle qui permet de se rapprocher de la courbe granulométrique expérimentale. Le premier critère de choix du modèle se base sur la forme de la distribution afin de reproduire la double courbure observée sur la courbe expérimentale (Figure 3.2). La courbure de $\beta(d_r, a, b)$ est contrôlée par les valeurs a et b . D'après la figure 3.4, le modèle ayant la forme la plus proche de la courbure expérimentale est celui obtenu pour les valeurs $a = b = 4$.

3.3.4.2 Discrétisation régulière de l'espace des tailles

Dans un premier temps, on définit une variable d_r qui permet de discrétiser l'espace des tailles :

$$d_r = \frac{d_{max} - d_{min}}{T}, \quad (3.4)$$

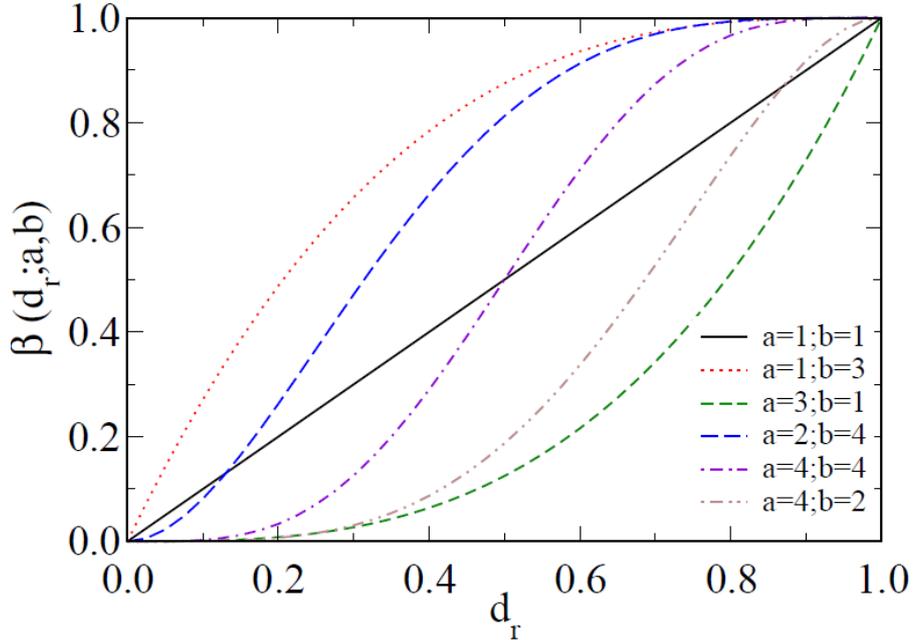


FIGURE 3.4 – Différents exemples de distributions cumulées [126]

T est un entier naturel qu'il convient de définir. Ceci revient à faire évoluer la première variable de β dans l'intervalle $[0, 1]$. Plaçons nous dans le cas d'une discrétisation régulière comportant T classes d'amplitudes égales entre d_{min} et d_{max} . Un nombre élevé de classes va garantir une bonne approximation de la courbe granulométrique mais plus T augmente plus la fraction massique représentée par classe diminue. Ce point est particulièrement critique pour les classes de diamètres les plus élevés de particules où toute la fraction massique peut être représentée par une seule particule. Afin de surmonter ce problème, il est proposé de fixer le nombre minimal de particules par classe. On peut également utiliser une discrétisation non régulière où les amplitudes des classes ne sont pas de tailles égales ; cette stratégie n'est pas utilisée dans ce travail.

3.3.4.3 Discrétisation non régulière de l'espace des tailles

Une discrétisation non régulière croissante permet pour une même distribution et un même nombre de classes d'avoir un nombre de grosses particules plus important si la fraction massique associée est plus grande. Quelles que soient les tailles extrêmes des particules mises en jeu comprises dans l'intervalle $[d_{min}; d_{max}]$, on peut toujours utiliser l'expression de la distribution cumulée β comme modèle de courbe granulométrique en remplaçant l'argument x par le diamètre réduit $d_r(d)$ [126]. L'avantage de ce dernier est de permettre une comparaison, sur un même intervalle $[0, 1]$, des grandeurs associées aux tailles des particules :

$$d_r(d) = \frac{d - d_{min}}{d_{max} - d_{min}} \quad (3.5)$$

où d_r est compris entre 0 et 1.

3.3.5 Mise en place des particules générées

Afin d'éviter l'interpénétration des particules, il faut à la fois garantir un espacement entre les particules (espace rempli par la pâte de ciment) et occuper au maximum le volume du VER. Un paramètre "distance" supplémentaire e est introduit en plus des rayons des particules. La mise en place des particules est donc faite suivant une nouvelle liste de rayons "virtuels" qui est égale à $r_i + e$ (Figure 3.5). A la fin de cette étape, la fraction numérique des particules

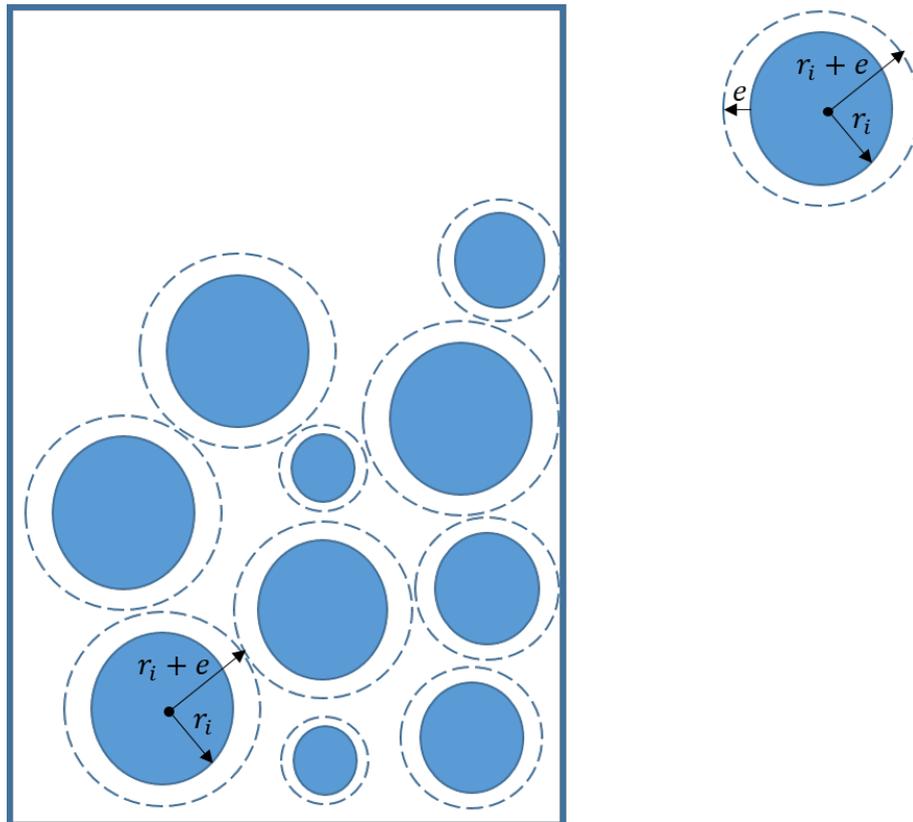


FIGURE 3.5 – Dépôt virtuel des granulats dans la boîte.

générées est comparée à la fraction expérimentale. Plusieurs itérations sont nécessaires afin de faire correspondre ces deux fractions. À la fin de ces deux étapes, un fichier contenant les rayons des particules r et leurs coordonnées (x, y, z) est obtenu.

3.3.6 Génération des coupes 2D à partir de l'éprouvette 3D

Pour des raisons de coût de calcul, un VER numérique 2D doit être généré à partir du VER 3D obtenu à l'étape précédente. Une opération booléenne sur GMSH basée Opencascade est utilisée.

La procédure suit les étapes ci-dessous :

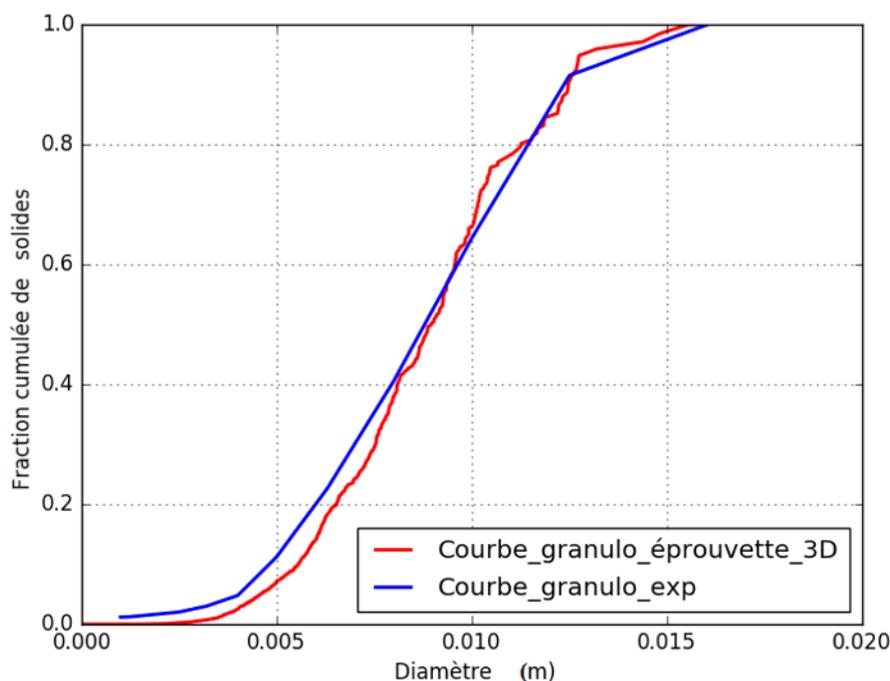


FIGURE 3.6 – Courbe granulométrique résultante du remplissage, comparée à la courbe expérimentale.

- récupérer le fichier contenant les informations concernant les particules : rayons et coordonnées, ainsi que les dimensions de l'éprouvette,
- créer les sphères et l'éprouvette cylindrique,
- considérer un plan de coupe, fixer son origine et ses dimensions,
- faire l'intersection entre le plan et l'éprouvette au niveau souhaité (figure 3.7),
- créer physiquement les particules à travers les résultats booléens,
- mailler l'ensemble.

3.3.7 Isotropie de la distribution des inclusions

Si l'on regarde la microstructure d'un béton bien formulé (Figure 3.9), on observe un matériau relativement isotrope, dans le sens où il n'y a pas d'orientation privilégiée contrairement à un matériau à fibres longues par exemple. En d'autres termes, d'après Romero [105], pour déterminer un VER, il est nécessaire d'avoir (a) l'homogénéité statistique et l'ergodicité du matériau ; ces deux propriétés assurent que le VER est statistiquement représentatif du comportement macroscopique, et (b) une certaine échelle L du domaine matériel, suffisamment grande par rapport à la micro-échelle d (la taille d'inclusion) de manière à garantir l'indépendance des conditions aux limites.



FIGURE 3.7 – Illustration de coupe réalisée pour la vérification de l'isotropie

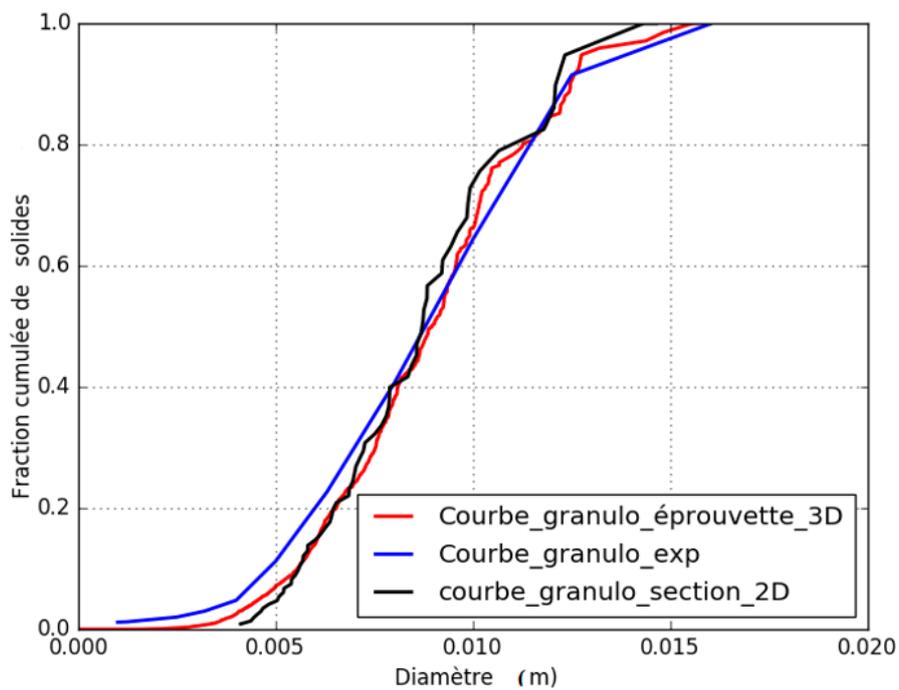


FIGURE 3.8 – Courbe granulométrique résultante de l'intersection d'un plan 2D avec l'éprouvette 3D, et courbe granulométrique expérimentale.

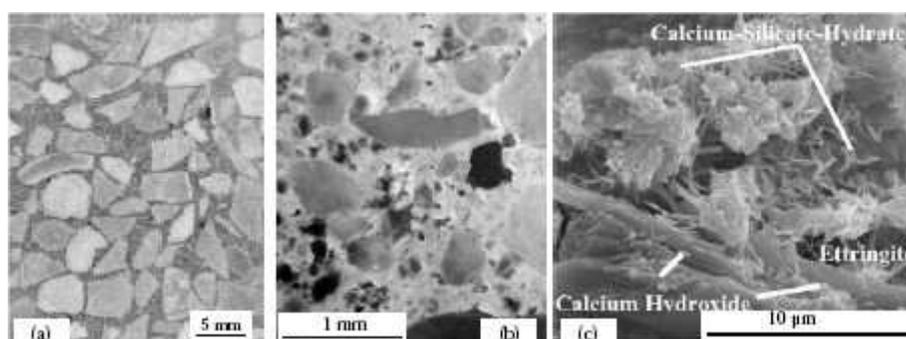


FIGURE 3.9 – Structure multi-échelles d'un béton [3]

Concernant la caractérisation de l'isotropie, une analyse est effectuée à travers un outil mathématique : le covariogramme. Ce dernier permet, en modélisation micromécanique [67], d'estimer les caractéristiques morphologiques d'un VER à l'aide d'images représentatives de la microstructure. On s'intéresse à l'estimation des caractéristiques morphologiques uniquement sur le VER à l'état initial, c'est à dire n'ayant pas subi de déformation. Ce covariogramme est qualifié de "statique" à l'opposé d'un covariogramme "dynamique" permettant de faire l'analyse au cours de l'essai.

3.3.7.1 Principe du covariogramme

D'un point de vue pratique, une analyse par covariogramme est proche des fonctions de corrélation des paires (ou fonction de distribution radiale). Une telle fonction consiste à déterminer la densité des particules en fonction de la distance à une particule de référence. Elle est obtenue en faisant croître une sphère de rayon h à partir de cette particule de référence. Cependant, la fonction de corrélation des paires n'est pas calculée pour une direction donnée, ce qui fait qu'elle n'est pas capable de quantifier l'anisotropie. En plus, contrairement au covariogramme, cette fonction fournit des informations représentatives si elle est indépendante du choix de la particule, c'est à dire dans le cas d'une distribution homogène. Le covariogramme est un outil plus général de quantification de la morphologie de la microstructure. Pour tracer le covariogramme, il faut d'abord définir la surface d'observation. Le covariogramme détermine, pour une direction donnée, la probabilité d'intercepter, à partir d'une particule de référence, d'autres particules à une distance donnée. En analyse d'image, si F est définie comme la fonction qui caractérise les pixels i tels que :

$$F(i) = \begin{cases} 1 & \text{si } i \in \text{une particule} \\ 0 & \text{si } i \in \text{la matrice} \end{cases} \quad (3.6)$$

La fonction covariogramme est définie par l'équation suivante :

$$C(x) = \int_{surface} F(i) \cdot F(i+x) di \quad (3.7)$$

avec x la direction de mesure.

3.3.7.2 Calcul du covariogramme

Les mesures morphologiques sont réalisées sur l'image en niveaux de gris et sur des images binarisées. L'image est convertie en 8 bits dans cette section. Afin d'optimiser les temps de calcul des algorithmes de seuillage automatique, qui nécessitent un parcours de l'ensemble des niveaux de gris de l'image sont utilisés.

Commençons par définir les différentes phases de l'établissement d'un covariogramme et par donner leur signification.

1. A une distance h nulle par rapport au centre d'une particule quelconque on peut lire sur le covariogramme la fraction surfacique de l'ensemble des particules f_X .

$$C_x(0) = P \{x \in X\} = f_X \quad (3.8)$$

2. Pour des grandes valeurs de h , les corrélations s'estompent et la probabilité de rencontrer une particule devient très faible. Les particules sont donc décorréelées et $C_x(h)$ tend vers une asymptote (ligne horizontale sur la Figure 3.10). Si cette asymptote a pour équation $C_x(h) = f_X^2$, alors la probabilité de distribution des particules est la même en tout point du milieu. Elle est dite ergodique et traduit une distribution statistiquement homogène de particules.

Par contre, si $C_x(h) \neq f_X^2$ alors la distribution devient statistiquement non homogène. Dans ce cas, il est nécessaire soit d'augmenter la taille du VER soit d'augmenter la taille de la surface de référence. Nous allons exploiter cette donnée liée à l'ergodicité dans ce travail pour valider les VERs 2D obtenus.

3. Si les asymptotes du covariogramme obtenues pour deux directions différentes ont les mêmes valeurs, alors la répartition spatiale des particules est dite isotrope. Sinon, elle est dite anisotrope à l'échelle macroscopique.
4. La distance entre $h = 0$ et le premier point d'intersection de $C_x(h)$ avec l'asymptote est appelée distance de corrélation suivant une direction x notée $D_c(x)$ définie par :

$$D_c(x) = \min_h \{C_x(h) - f_X^2\} \quad (3.9)$$

Cette distance peut être évaluée dans toutes les directions ; il devient alors possible d'estimer la taille du volume élémentaire représentatif de la statistique de répartition des particules : elle correspond à la distance au-delà de laquelle l'asymptote est atteinte.

Si le VER contient des zones de fortes densités de particules qu'on appelle clusters, le VER mesuré donne une estimation moyenne de la statistique de répartition de ces clusters suivant les différentes directions. Dans le cas où la distance de corrélation reste constante indépendamment de la direction de mesure, la microstructure du milieu est considérée comme localement isotrope.

5. La seconde intersection du covariogramme $C_x(h)$ avec l'asymptote correspond à la distance de répulsion, qu'on note $D_r(x)$, suivant une direction donnée. Elle donne une estimation de la distance « statistique moyenne » entre deux particules.

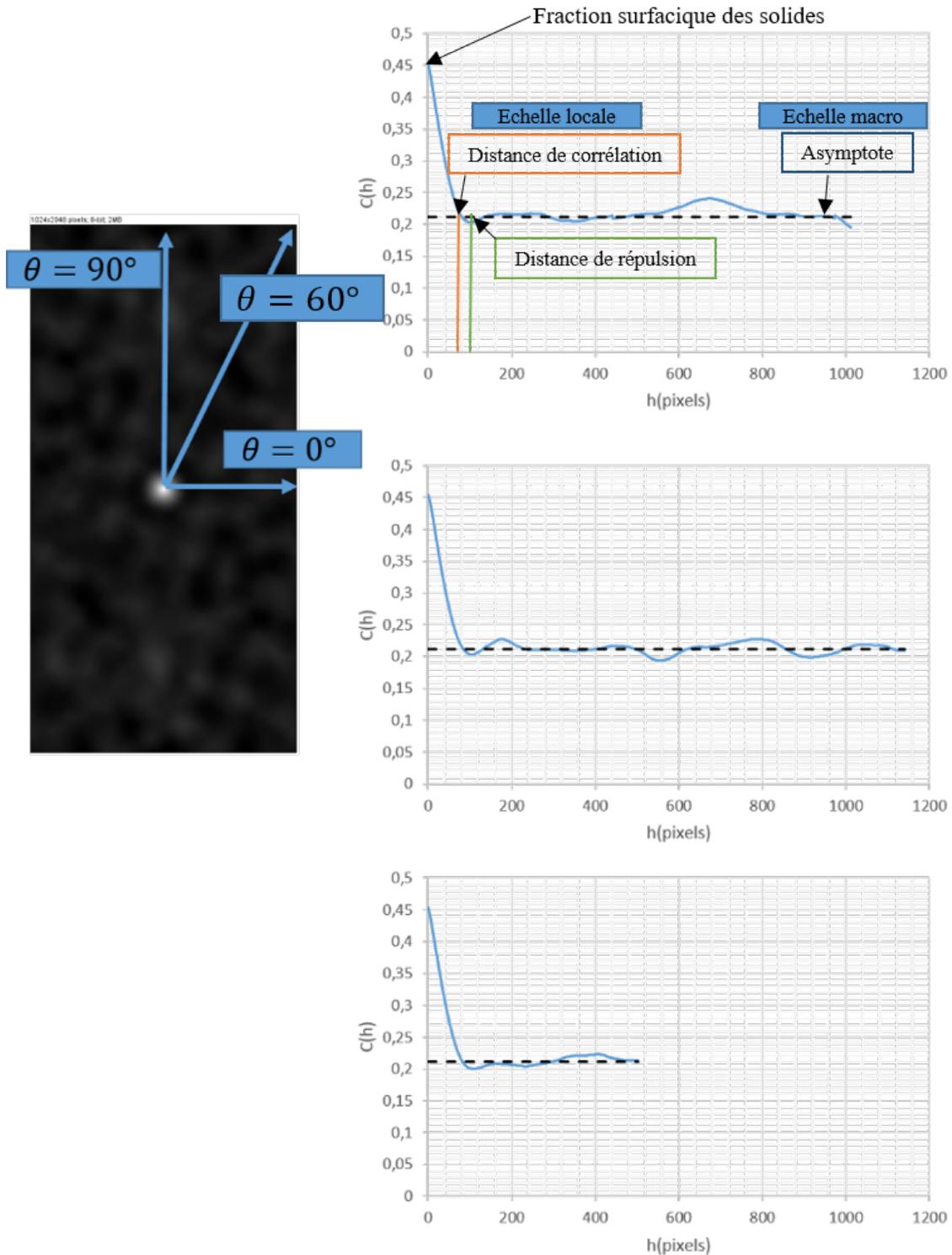


FIGURE 3.10 – Covariogramme du milieu étudié dans les trois directions $\theta = 0^\circ$, 45° et 90°

Ces descripteurs rendent possible la description statistique d'un VER permettant légitimement de l'utiliser dans une simulation numérique reproduisant un essai expérimental. De ce fait, elles peuvent permettre de choisir une taille minimum de VER de telle sorte que la microstructure de l'éprouvette testée expérimentalement soit fidèlement reproduite à travers la définition d'un VER de taille réduite, tout en évitant des calculs numériques trop lourds. Les covariances obtenues selon les trois angles $\theta = 0, 60$ et 90° sont semblables, ce qui montre l'isotropie du matériau (figure 3.10). La procédure adoptée dans ce manuscrit pour l'obtention du VER numérique est résumée dans la figure ci dessous :

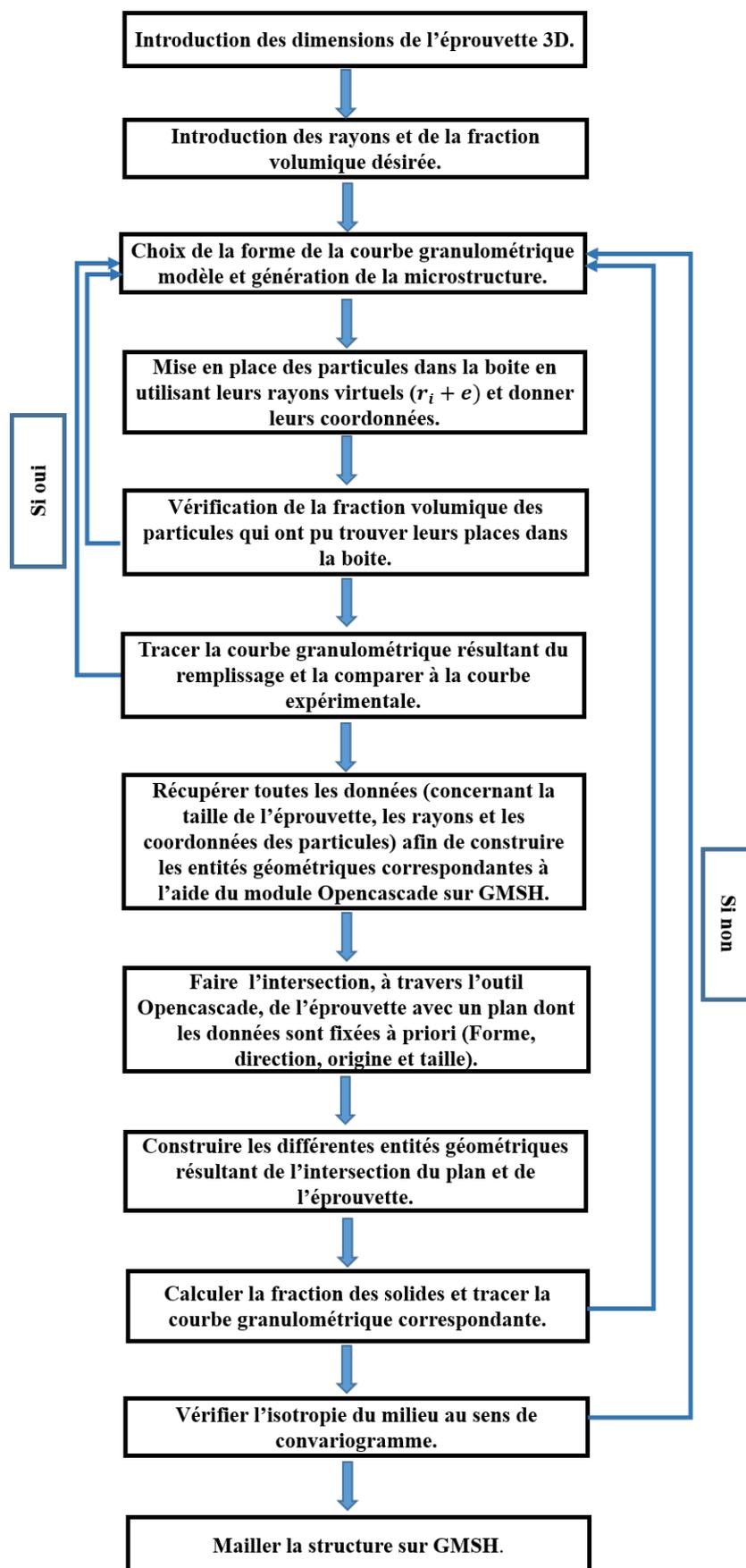


FIGURE 3.11 – Algorithme de construction du VER numérique, représentatif d'un matériau réel.

3.4 Conclusion

Pour un même matériau composite (béton ou mortier), la taille du VER nécessaire pour étudier son comportement élastique linéaire peut être différente de celle pour étudier la rupture du matériau. En effet, le comportement élastique du composite représente la réponse effective moyenne du matériau et dans le cas d'un matériau isotrope, elle dépend essentiellement de la fraction volumique de ses phases et de leurs comportements mécaniques. Par contre, le comportement non linéaire de ces composites et leur rupture sont dépendants du comportement de sa section la moins résistante ; c'est donc un phénomène localisé. Malgré tout, à partir d'une certaine échelle, ce comportement peut être considéré comme homogène. Lors d'un essai mécanique, l'échantillon utilisé doit être représentatif de l'ensemble des propriétés du matériau. Il est possible, dans ce cas, de considérer que les propriétés mesurées sur un échantillon de quelques dizaines de centimètres sont les mêmes que celles qui régissent son comportement à l'échelle de la structure. Cette condition implique que les différentes fractions granulométriques doivent être représentées de façon significative, en terme de nombre pour les plus grosses particules et en terme de masse pour les plus petites. Le béton numérique généré est qualifié de matériau numérique équivalent. Sa construction repose sur des descripteurs morphologiques, comme par exemple le covariogramme, qui caractérisent un matériau réel à l'aide d'informations statistiques et géométriques.

Modélisation numérique du comportement mécanique du béton en compression

Sommaire

4.1	Introduction	82
4.2	Identification des paramètres cohésifs à partir des essais locaux	82
4.2.1	Comportement de l'interface pâte / granulat : données expérimentales	83
4.2.2	Modélisation numérique de l'essai à l'échelle locale	87
4.2.3	Bilan de l'étude à l'échelle locale	91
4.3	Calibration des paramètres à l'échelle du VER	91
4.3.1	Méthode d'ajustement du modèle et paramètres de l'étude	91
4.3.2	Choix du maillage	96
4.4	Applications	98
4.4.1	Validation de la méthode linéaire	99
4.4.2	Etude du durcissement	99
4.4.3	Étude de la réponse mécanique du béton dégradé	107
4.4.4	Influence de la fraction solide	112
4.5	Conclusion	119

4.1 Introduction

La qualité d'un modèle de comportement mécanique est évaluée par rapport à sa capacité à reproduire et prédire les phénomènes observés expérimentalement. Afin de développer des modèles capables de valider, dans un premier temps, et prédire, dans un deuxième temps, le comportement mécanique d'un matériau, il est nécessaire d'en avoir une bonne connaissance. L'analyse et la modélisation du comportement du béton sont rendues complexes par l'hétérogénéité de sa microstructure qui est composée d'éléments ayant des dimensions et des caractéristiques mécaniques différentes. Cette texture complexe rend difficile la compréhension des mécanismes physiques responsables de son comportement macroscopique et de sa fissuration. Dans ce chapitre, on cherche à étudier la réponse mécanique en compression uniaxiale d'un échantillon de béton numérique à travers la compréhension de l'origine du comportement macroscopique en lien avec les mécanismes locaux. Cette réponse est étudiée à travers une étude numérique par un modèle éléments finis cohésifs volumique sur le Volume Élémentaire Représentatif "Béton Numérique" construit au chapitre 3. Cette étude commence par une identification des paramètres de fissuration sur une échelle définie comme étant "échelle locale" dans les travaux de Jebli [65] suivie d'une démarche permettant la calibration des paramètres du modèle de zone cohésive, d'une part, et des paramètres numériques (pas de temps et taille de maille) qui en résultent, d'autre part. Dans une étape suivante, on passe à la modélisation à l'échelle du VER sur lequel on établit une validation des résultats numériques :

- à l'aide du modèle analytique "Mori-Tanaka" pour la phase linéaire (comportement linéaire élastique) de la réponse mécanique.
- à travers des résultats expérimentaux, sur des éprouvettes VER obtenus au laboratoire LMGC, pour la phase non linéaire (résistance maximale) et ceci pour différents temps d'hydratation du matériau.

Ces études seront complétées par une étude de la réponse mécanique du VERN avec une ITZ pré-endommagée. À la fin du chapitre, une étude de l'influence de la fraction des solides et de la surface spécifique sur les mécanismes de l'endommagement du VERN est présentée.

4.2 Identification des paramètres cohésifs à partir des essais locaux

Ce paragraphe présente un exemple d'identification des paramètres cohésifs à partir des essais expérimentaux réalisés par Jebli [65] à l'échelle locale afin de caractériser la liaison pâte de ciment/granulat. Un travail antérieur a porté sur l'identification des paramètres cohésifs dans le cas d'un essai de traction uniaxial [77]. Dans ce paragraphe, on se concentrera sur l'identification des paramètres cohésifs lors d'un essai de cisaillement. Ce travail est présenté en détail dans [106]. Les essais expérimentaux faisant l'objet de l'identification des paramètres cohésifs considèrent des éprouvettes parallélépipédique à une échelle définie comme étant une échelle locale (figure 4.1 dans les travaux de [65]) permettant de mettre en évidence la zone de

transition interfaciale. Ces éprouvettes ont été sollicitées en traction et en cisaillement. Dans ce cadre et afin de modéliser l'essai de cisaillement nous allons présenter le dispositif expérimental (pour plus de détail sur les autres essais expérimentaux réalisés à cette échelle le lecteur est invité à consulter les travaux de [65]), les paramètres à identifier, la modélisation numérique et on conclura par un bilan sur cette étude.

4.2.1 Comportement de l'interface pâte / granulat : données expérimentales

4.2.1.1 Données matériaux

La pâte de ciment est préparée avec du ciment Portland CEM II 32,5 avec un rapport eau/ciment (E/C) de 0,5. Les dimensions des éprouvettes parallélépipédique sont de $10 \times 10 \times 30 \text{ mm}^3$ (figure 4.1). Les données matériaux sont présentées dans le tableau 4.1.

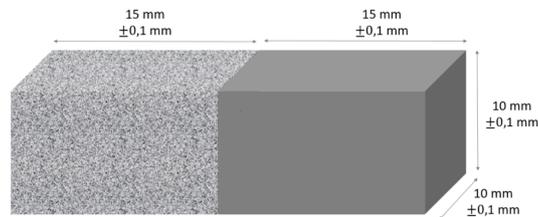


FIGURE 4.1 – Dimension de l'éprouvette utilisée dans l'essai de cisaillement à l'échelle locale [106]

Granulats	
Type	calcaire
Masse volumique	2.7 g/cm ³
Dimension	10 x 10 x 15 mm ³
Module d'Young	60 GPa
Pâte de ciment	
Type	CEM II/B-LL 32.5 CP2 N
E/C	0.5
Masse volumique	2.2 g/cm ³
Module d'Young à 28j	12.5 GPa

TABLE 4.1 – Les données matériaux [65].

4.2.1.2 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental conçu pour effectuer l'essai de cisaillement dans les travaux de Jebli [65] est présenté dans la Figure 4.2. Il est composé de deux demi-boîtiers dont la distance entre ces deux éléments est d'environ 0,5 mm. Les vis situées à l'arrière des demi-boîtiers

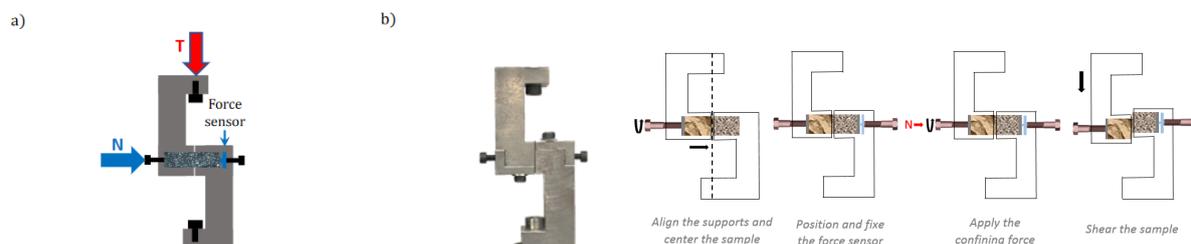


FIGURE 4.2 – (de gauche à droite) Schéma [61], outil expérimental et principe de l'essai de cisaillement [65].

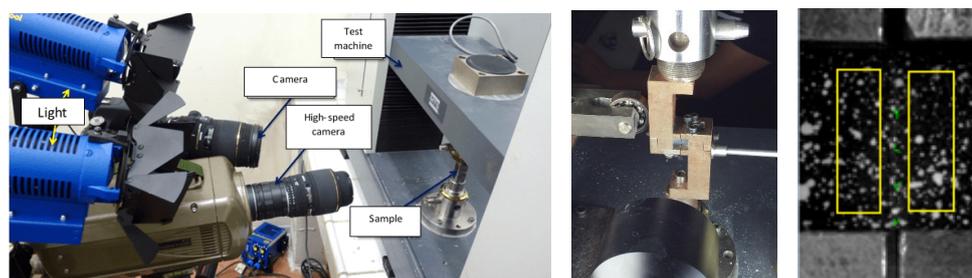


FIGURE 4.3 – Outil expérimental pour la corrélation d'image (à gauche) et (au centre) et zone de calcul du déplacement par corrélation d'image dans l'essai de cisaillement (à droite) [65].

permettent de fixer l'interface pâte de ciment/granulat au milieu de l'appareil, évitant ainsi tout mouvement de l'échantillon lors de l'essai et permettant d'appliquer une force normale de confinement N .

La force normale appliquée est mesurée à l'aide d'un capteur de force (type LCMKD-200 N) qui est fixé à l'arrière de l'échantillon. La Figure 4.2.a illustre le dispositif expérimental permettant de réaliser l'essai [65]. Au cours de l'essai, la vitesse de déplacement vertical d'une des demi-boîtes mobile est imposée à 0,01 mm/s, tandis que l'autre demi-boîte reste immobile et rigidement fixée suivant toutes les directions. La force de cisaillement T est mesurée par un capteur de force associé au système MTS, permettant d'accéder à une contrainte de cisaillement moyenne σ_T à l'interface pâte de ciment/granulat [65]. Afin d'évaluer les champs de déplacement au niveau l'interface pâte de ciment/granulat, la méthode de corrélation d'images numériques a été utilisée (Figure 4.2). Les mesures cinématiques bidimensionnelles (déplacement et déformation) sont obtenues grâce au logiciel «Trait cin NRJ» développé au LMGC [127]. Des marqueurs sont positionnés sur le matériau dont les positions successives sont analysées par rapport à une valeur de référence. Ainsi, en comparant deux images prises à différents niveaux de chargement, il est possible de mesurer les champs de déplacement de l'interface. Dans notre cas, le déplacement est calculé sur un élément de surface proche de la zone de rupture. Les appareils requis pour utiliser cette technique sont : une caméra rapide, un ordinateur et une source lumineuse (Figure 4.3) le tout synchronisés au début de l'essai avec la mesure de la force de cisaillement à travers un boîtier d'acquisition. Cette synchronisation temporelle des différents signaux (cinématiques et mécaniques) est assurée par un boîtier électronique "Synchrocam" qui déclenche simultanément toutes les acquisitions [22]. En faisant varier la force normale N , on

peut déduire l'évolution de la résistance au cisaillement σ_T^{max} par rapport à la contrainte de confinement σ_N appliquée. Pour cette étude, deux protocoles expérimentaux ont été réalisés pour les essais de cisaillement direct :

- à différents temps d'hydratation (2, 7, 15, 28 et 40 jours) en absence de confinement ($\sigma_N = 0$ MPa)
- au 40 ème jour d'hydratation et avec différentes contraintes de confinement ($\sigma_N = 0; 0.5; 1$ et 1.5 MPa). L'idée consiste en l'application d'une force de compression normale constante N tout au long de l'essai, induisant une contrainte de confinement σ_N sur la section de $10 \times 10 \text{ mm}^2$ (voir Figure 4.2). La valeur de cette force normale N est suivie par le capteur de force.

4.2.1.3 Données expérimentales

On présente ici les résultats de l'essai de cisaillement issus des travaux de Jebli [65], qui vont faire l'objet d'une identification numérique des paramètres cohésifs à partir de la calibration des résultats expérimentaux/numériques.

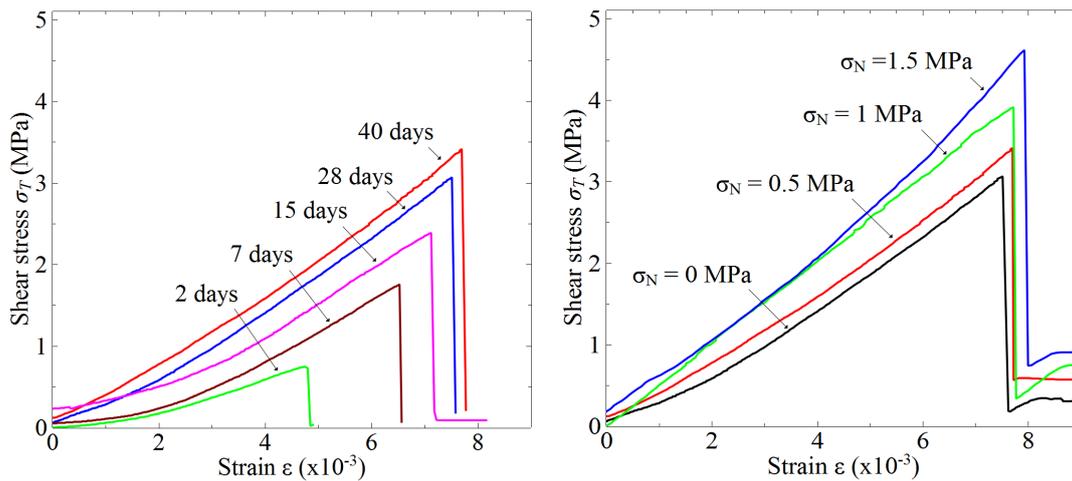


FIGURE 4.4 – Courbes contraintes-déformations obtenues (à gauche) lors d'un essai de cisaillement pour différents temps d'hydratation (à droite) au 40 ème jour d'hydratation et pour différentes contraintes de confinement [65].

En l'absence de contrainte de confinement ($\sigma_N = 0$ MPa), les résultats des essais de cisaillement montrent une augmentation de la résistance au cisaillement σ_T^{max} (Figure 4.5), de la déformation à la rupture ϵ_r (Figure 4.4) et du module tangentiel E_s (Figure 4.5) en fonction du temps d'hydratation j . Cette augmentation est perceptible au début de l'hydratation de la pâte de ciment. Au bout de 28 jours, la résistance au cisaillement σ_T^{max} et le module de cisaillement E_s ont tendance à se stabiliser. A 40 jours d'hydratation, l'augmentation de la contrainte de confinement σ_N induit une augmentation de la résistance au cisaillement σ_T^{max} (Figure 4.4). Cependant, la déformation à la rupture ϵ_r semble être peu affectée par la valeur de la contrainte de confinement appliquée σ_N (Figure 4.4). Dans le cas d'application de plusieurs contraintes

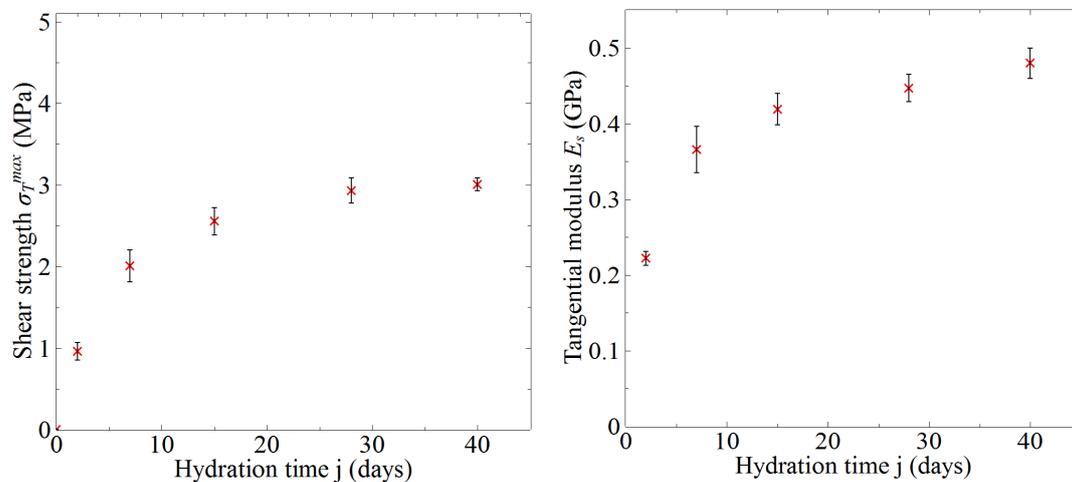


FIGURE 4.5 – Évolution de la résistance maximale (à gauche) et du module tangential (à droite) en fonction du temps d'hydratation [65].

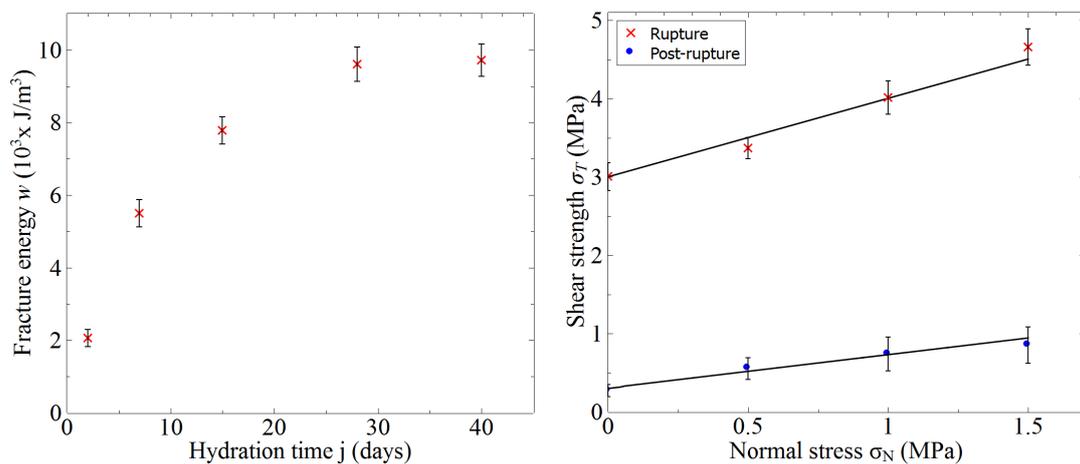


FIGURE 4.6 – Évolution de l'énergie de rupture [65] (à gauche) et de la résistance tangential en fonction de la contrainte normale (à droite).

de confinement à temps d'hydratation fixé à 40 jours, on constate l'existence d'une forte dépendance de la réponse mécanique du composite pâte de ciment-granulat à la contrainte de confinement (Figure 4.6). L'application de la contrainte de confinement augmente la résistance au cisaillement (valeur au pic). On constate une évolution linéaire de la résistance au cisaillement avec l'augmentation des contraintes de confinement. Cette évolution de la résistance au cisaillement en fonction de la contrainte de confinement est utilisée pour calculer l'angle de frottement interne et la cohésion selon le critère de Mohr-Coulomb. A partir de ces tests, on calcule l'énergie de rupture en fonction du temps d'hydratation par la relation suivante :

$$w(j) = \frac{1}{2} \frac{(\sigma_T^{max}(j))^2}{E_s(j)} \quad (4.1)$$

avec $\sigma_T^{max}(j)$ est la résistance en cisaillement et $E_s(j)$ le module tangentiel pour le temps d'hydratation j . La figure 4.6 montre une augmentation de l'énergie de rupture $w(j)$ avec le temps d'hydratation et une stabilisation de la valeur à partir du 28 jour d'hydratation. Selon la loi de Mohr-Coulomb, le critère de rupture est défini par la relation suivante :

$$\sigma_T^{max} = \sigma_N \times \tan \phi + C \quad (4.2)$$

où σ_T^{max} est la résistance maximale, $\mu = \tan \phi$ le coefficient de frottement et C la cohésion au pic :

$$\sigma_T^{res} = \sigma_N \times \tan \phi_{res} + C_{res} \quad (4.3)$$

où σ_T^{res} est la contrainte résiduelle, $\mu_{res} = \tan \phi_{res}$ est le coefficient de frottement résiduel et C_{res} est la cohésion résiduelle. A partir de ces résultats, l'objectif est d'identifier les propriétés mécaniques de l'interface pâte de ciment-granulats à l'aide d'un outil numérique basé sur un modèle de zone cohésive.

4.2.2 Modélisation numérique de l'essai à l'échelle locale

Un modèle en éléments finis en trois dimensions du composite a été réalisé. La géométrie a été réalisée sur GMSH et maillée avec des éléments hexaèdres réguliers (Figure 4.7). La taille d'élément de maille utilisée est $1 \times 1 \times 1 \text{ mm}^3$. Le comportement du composite est décomposé en

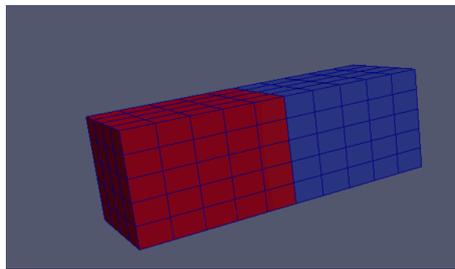


FIGURE 4.7 – Géométrie maillée

une partie élastique prise en compte par les éléments finis et une partie adoucissante décrivant l'endommagement par une loi cohésive au niveau de l'interface entre les deux matériaux. A chaque pas de temps, une détection de contact est effectuée, la rupture se produit lorsque la cohésion est perdue entre les deux matériaux ($\beta = 0$).

4.2.2.1 Conditions aux limites

Afin de reproduire fidèlement l'expérience de l'essai de cisaillement, on a appliqué les conditions aux limites comme indiquées sur la figure 4.8. Un déplacement a été appliqué à tous les nœuds de la face supérieure du granulat. N représente une force de confinement appliquée au granulat.

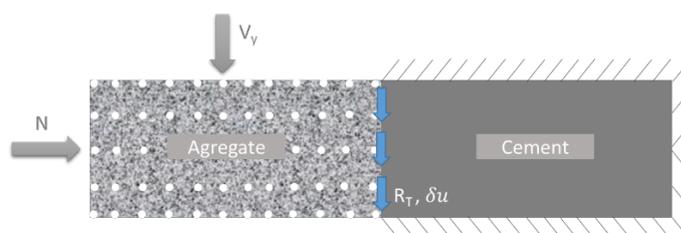


FIGURE 4.8 – Conditions aux limites modélisées pour l'essai de cisaillement.

4.2.2.2 Calibration des paramètres cohésifs

L'identification numérique est basée sur les résultats des essais de cisaillement expérimentaux [65], à travers une calibration numérique/expérimentale des courbes pour différents temps d'hydratation et différentes contraintes de confinement. Il faut mentionner qu'avant de commencer, on supprime la partie qui donne un aspect non linéaire à la courbe au début du chargement car elle fait référence à la mise en place de l'échantillon. En effet, on trace la ligne tangente à la courbe qui passe par la résistance au cisaillement et qui coupe l'axe horizontal à une valeur de saut de déplacement non nul. Ensuite, on déplace la courbe jusqu'à ce qu'elle passe par l'origine. Pour calibrer la loi cohésive à chaque stade d'hydratation (j) et chaque contrainte de confi-

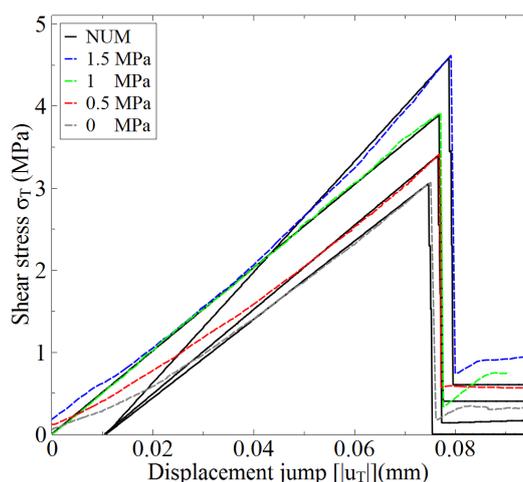


FIGURE 4.9 – Méthode de correction de la partie de mise en place sur les courbes expérimentales [106].

nement, la résistance au cisaillement $\sigma_T^{max}(j)$, le saut de déplacement à la rupture $|| u_T^{max}(j) ||$

Jour (j)	$\sigma_T^{max}(j)(MPa)$	$w(j) (J/m^2)$	$C_T(j) (10^4 MPa/m)$
2	0.75	12.74	2.18
7	1.75	40.82	3.77
15	2.39	69.57	4.10
28	3.06	98.64	4.76

TABLE 4.2 – Paramètres cohésifs pour différents temps d'hydratation

$\sigma_N (MPa)$	$\sigma_T^{max} (MPa)$	$w(j) (J/m^2)$	$C_T(j) (10^4 MPa/m)$
0	3.06	98.64	4.76
0.5	3.42	113.41	5.13
1	3.91	151.03	5.61
1.5	4.62	157.98	6.74

TABLE 4.3 – Paramètres cohésifs pour différentes contraintes de confinement au 40 ème jour d'hydratation.

et le frottement résiduel μ_{res} ont été pris en compte en référence aux résultats expérimentaux. Sa valeur $\mu_{res} = 0,4$ a été identifiée à partir de la partie post-pic des courbes expérimentales pour un temps d'hydratation égal à 40 jours. À partir de la résistance et du saut de déplacement à la rupture, l'énergie de rupture $w(j)$ a été calculée par la formule suivante :

$$w(j) = \frac{1}{2} \sigma_T^{max}(j) \times [u_T^{max}(j)] \quad (4.4)$$

Ces éléments ($\sigma_T^{max}(j)$, $w(j)$ et μ_{res}) ont été utilisés dans LMGC90. La rigidité normale et tangentielle ont été déterminées comme suit :

$$C_T(j) = \frac{1}{2} \frac{(\sigma_T^{max}(j))^2}{w(j)} \quad (4.5)$$

Les paramètres d'entrée de la loi cohésive sont donnés, pour chaque temps d'hydratation, par le tableau 4.2 et, pour chaque contrainte de confinement, par le tableau 4.3. La figure 4.9 montre une comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux pour différentes contraintes de confinement. Pour la partie pré-pic des courbes et pour $\sigma_N = 0, 0,5$ et $1,5 MPa$, un décalage de $0,0108 mm$ se produit au saut de déplacement. Ce dernier résulte des corrections apportées aux courbes expérimentales afin d'éviter l'influence de la partie de mise en place de l'échantillon et de déterminer des paramètres d'entrée correctes de la loi cohésive.

Au delà de la résistance maximale, on observe une chute brutale de contrainte avec absence de partie adoucissante. Numériquement, cela correspond à une perte d'adhésion entre la pâte de ciment et le granulat. Pour la partie post-rupture, les résultats numériques montrent que l'interface pâte de ciment-granulat est totalement endommagée et le contact restant en fin de l'essai est purement frottant avec une valeur $\mu_{res}\sigma_N$ (contrainte résiduelle) avec une contrainte résiduelle

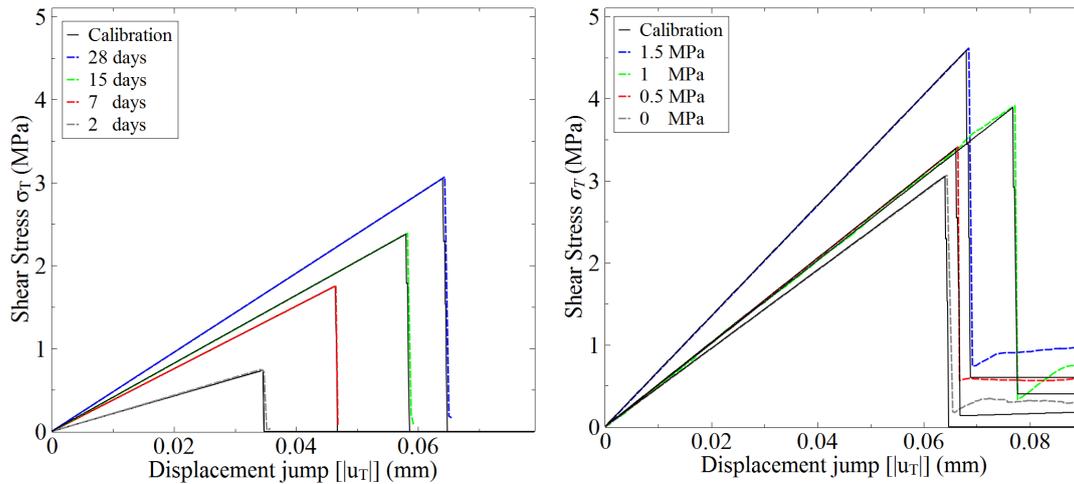


FIGURE 4.10 – Calage du modèle numérique avec les résultats expérimentaux pour différents temps d'hydratation (à gauche) et différents contraintes de confinement (à droite) [106].

C_{res} qui tend vers zéro (figure 4.11). Cependant, les résultats expérimentaux présentent toujours un décalage par rapport aux valeurs numériques, ce décalage est de valeur constante sur toutes les courbes. Elle est égale à la valeur d'une cohésion résiduelle C_{res} qui a été déterminée sur la courbe de la figure 4.6.

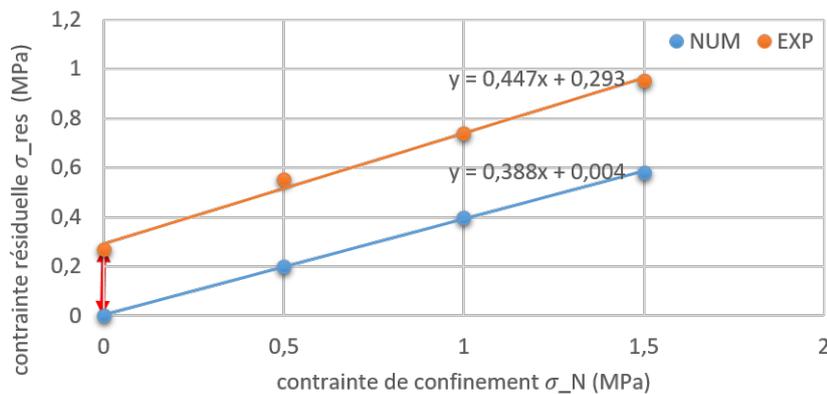


FIGURE 4.11 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques sur la phase post-rupture.

En effet, après la rupture, cette cohésion doit normalement être supprimée. Ce ci peut s'expliquer par le fait que les essais expérimentaux n'ont pas été suffisamment étendus pour étudier la partie post-rupture.

4.2.3 Bilan de l'étude à l'échelle locale

Les résultats expérimentaux à l'échelle locale ont montré que la zone d'interface pâte de ciment/granulat présente des faiblesses [65]. Cette caractéristique semble affecter considérablement les propriétés mécaniques du béton, effet qui est perceptible de l'initiation à la propagation de la fissure dans les zones les moins résistantes du béton. Les résultats d'identification des paramètres cohésifs ont été réalisés dans le but de les exploiter pour la modélisation du comportement mécanique d'une éprouvette de béton numérique à l'échelle mésoscopique tout en prenant en compte les propriétés de l'interface pâte de ciment/granulat. Cependant, ces résultats préliminaires ne présentent qu'une première approche pour identifier les propriétés cohésives de l'interface à travers des résultats expérimentaux originaux. En effet, le passage d'une échelle à l'autre n'est pas direct, il y a un effet d'échelle qui oblige à apporter des corrections à ces paramètres pour pouvoir les exploiter dans la simulation à une échelle plus grande.

4.3 Calibration des paramètres à l'échelle du VER

Une approche micromécanique est adoptée dans l'objectif d'étudier le comportement mécanique du béton en compression uniaxiale et de comprendre l'influence des mécanismes locaux sur la réponse globale du matériau. Afin d'accéder à ces données, une modélisation à l'échelle des hétérogénéités est nécessaire avec la prise en compte des propriétés interfaciales au niveau de la liaison pâte de ciment/granulat. Pour ceci, on a eu recours à une échelle du VER où la mésostructure est bien définie. La procédure et les critères de représentativité de ce VERN ont été présentées dans le chapitre 3.

4.3.1 Méthode d'ajustement du modèle et paramètres de l'étude

4.3.1.1 Conditions aux limites

Le dispositif expérimental de l'essai de compression sur le VER expérimental (présenté dans le chapitre 3) est présenté dans la figure 4.12. Afin de modéliser le plus fidèlement possible à l'expérience, un déplacement vertical suivant la direction Y sur les faces supérieure et inférieure du VER (voir figure 4.13) est imposé et le déplacement horizontal de ces deux faces étant bloqué. On estime que le frottement, supposé exister expérimentalement entre la plaque et l'éprouvette, bloque totalement le déplacement horizontal de l'éprouvette. Les faces latérales sont libres.

4.3.1.2 Paramètres élastiques

Le tableau 4.4 comporte les paramètres élastiques des matériaux utilisés ainsi que les paramètres numériques liés aux simulations. Les propriétés, comme les modules élastiques, les coefficients de Poisson et les masses volumiques de la pâte de ciment et des granulats, ont été empruntées des travaux expérimentaux effectués par Jebli [65].

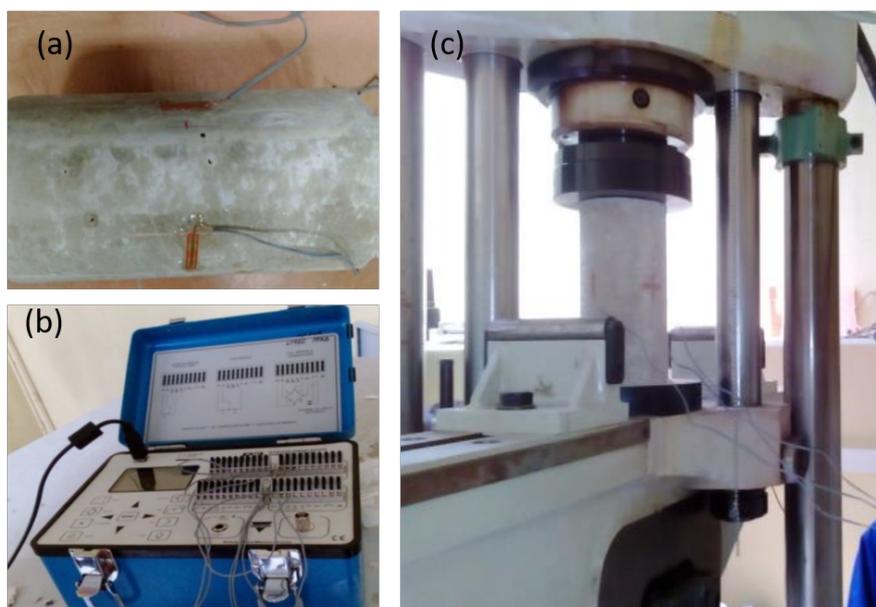


FIGURE 4.12 – Dispositif de l'essai expérimental : (a) : Jauges de mesure de la déformation de type PL-20-11-1L de 20 mm de longueur (quatre jauges ont été utilisées par éprouvette), (b) : Système d'acquisition (montage en quart de pont) pour la mesure des déformations axiale et radiale sur l'éprouvette et (c) : Presse de compression

Paramètres élastiques		
Pâte de ciment (matrice)		
Propriété	Notation	Valeur
Module élastique	E_p (Pa)	12, 5.10 ⁹
Coefficient de poisson	ν_p	0, 29
Masse volumique	ρ_p (kg/m ³)	2200
Granulats (particules ou inclusions)		
Module élastique	E_g (Pa)	60.10 ⁹
Coefficient de poisson	ν_g	0, 29
Masse volumique	ρ_g (kg/m ³)	2700
Paramètres numériques		
Paramètre	Unité	Valeur/Type
Type de maille	-	Triangle (Delaunay)
Taille de maille	mm	1.10
Pas de temps	s	3.10 ⁻⁸
Type de calcul	-	explicite
Type de résolution du contact	-	Dynamique

TABLE 4.4 – Propriétés mécaniques des phases et Paramètres numériques

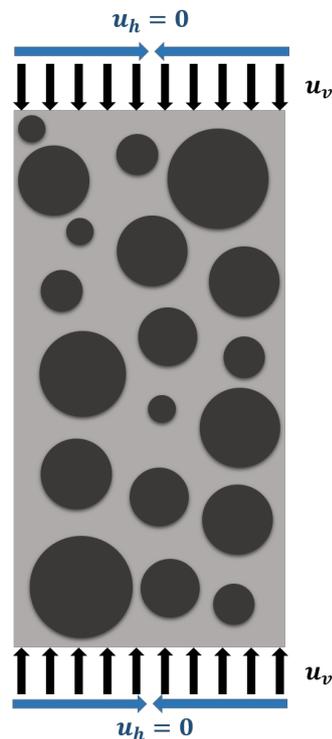


FIGURE 4.13 – Conditions aux limites de l'éprouvette utilisée pour la simulation de l'essai de compression

4.3.1.3 Méthodologie proposée pour la calibration des paramètres cohésifs

En plus des paramètres élastiques, on aura besoin des paramètres cohésifs afin d'enrichir le modèle et pouvoir suivre l'évolution de l'endommagement et la fissuration du matériau. Un comportement purement élastique est considéré pour les granulats. Un comportement élastique endommageable est considéré dans la matrice cimentaire. Ce dernier est possible en employant une approche éléments finis cohésifs volumiques (EFCV). La partie élastique est portée par les éléments finis alors que l'endommagement est décrit à travers la loi cohésive et implémenté au niveau de toutes les interfaces entre les éléments de maillage explosé. La stratégie est illustrée dans la figure 2.11. Le comportement de l'ITZ est régi par une loi cohésive. La calibration des paramètres de la loi cohésive nécessite une connaissance de l'essai effectué. En compression, contrairement à la traction pure, la calibration requiert des informations sur les deux modes de rupture : le mode I représente un mode de rupture en traction alors que le mode II montre une ouverture par cisaillement. Quel que soit le mode de rupture, les paramètres définissant la loi cohésive sont la rigidité interfaciale, la contrainte cohésive et les énergies cohésives. Plusieurs travaux ont proposé des méthodes de calibration des modèles de zone cohésive sur des matériaux plastiques [128]. Un autre travail comme [124], a utilisé une méthode de corrélation d'images sur des essais de flexion trois points sur le mortier et en supposant un chemin de fissuration non défini à priori. Dans ce travail, l'identification ainsi que la calibration des paramètres

cohésifs s'est faite en se basant sur des résultats expérimentaux réalisés lors des travaux de thèse de [64]. Ces essais consistent en des essais de traction et de cisaillement à l'échelle locale. L'utilisation des résultats de l'échelle locale nécessite une série d'hypothèses afin d'assurer la bonne modélisation du comportement local du béton numérique en question. Les paramètres cohésifs utilisés dans cette étude (tableau 2.1) se classent en deux catégories selon la méthode de calibration :

1. **Calibration des rigidités interfaciales normale et tangentielle à travers un critère numérique** : l'intégration des éléments cohésifs dans un modèle éléments finis engendre une souplesse supplémentaire de ce dernier, ce qui se traduit par une perte sur la valeur de la rigidité apparente du matériau. Ce problème a été résolu dans les travaux de Blal [13] en fixant un critère pour le choix des valeurs de rigidités interfaciales initiales. L'idée est basée sur la détermination du comportement élastique équivalent d'une matrice élastique contenant des éléments cohésifs et de le comparer à une méthode d'homogénéisation. Dans le cas d'un maillage de Delaunay, le critère s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{C_N l_m}{E} \geq \frac{23}{1 - 2\nu} \\ \frac{C_T}{C_N} = 2 \frac{1 - 2\nu}{1 + 3\nu} \end{cases} \quad (4.6)$$

où l_m est la taille de la maille.

2. **Calibration des paramètres de fissuration (contrainte cohésive maximale, énergie cohésive dans les deux modes de rupture) à partir des expériences** : bien que la modélisation des essais à l'échelle locale permet une identification de ces paramètres cohésifs, le passage à l'échelle du VER montre que l'information locale cohésive donne une réponse sous-estimée. Ceci a été remarqué en comparant la résistance maximale en compression expérimentale avec celle numérique. La remise en question des paramètres cohésifs identifiés localement a permis de comprendre au mieux la méthode dont il faut extraire l'information d'un essai expérimental. En effet, la contrainte calculée expérimentalement sur un essai de traction en déterminant le rapport de la force sur la section de l'échantillon suppose une valeur homogène de la force le long de l'interface. On a constaté qu'elle reste donc une sous-estimation de la valeur critique permettant l'amorçage de la fissure dans le matériau ou, numériquement parlant, la perte du contact entre les deux éléments du matériau. Des données par corrélation d'images permettent de montrer que le profil de déformation n'est pas constant sur toute la section médiane (figure 4.14). En prenant l'hypothèse d'un matériau élastique isotrope, le calcul de la contrainte à travers la loi de Hooke donne accès à un profil de contrainte non homogène sur la section médiane. Par manque de données expérimentales, on a modélisé l'essai sur LMGC90 en considérant un matériau élastique homogène. Les profils de contraintes et de déplacements montre des allures paraboliques avec des valeurs maximales au niveau des bords de l'échantillon et minimales vers le milieu (figure 4.15). Donc la contrainte classiquement obtenue à partir des expérience n'est qu'une valeur moyenne sur la section et engendre

une sous-estimation au niveau des résultats. À cette fin, on propose une méthode qui permet, à partir des données disponibles jusqu'à présent, d'accéder à la contrainte maximale. On calcule le rapport entre la contrainte maximale atteinte sur le profil et la contrainte moyenne. Ce rapport permet de pouvoir exploiter les résultats expérimentaux disponibles et d'éviter de relancer une autre campagne expérimentale ; le procédé utilisé pour accéder à la contrainte expérimentale étant le même. Le rapport de la contrainte maximale par la contrainte moyenne est fixé pour le reste de l'étude : $\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{moy}} = 2$.

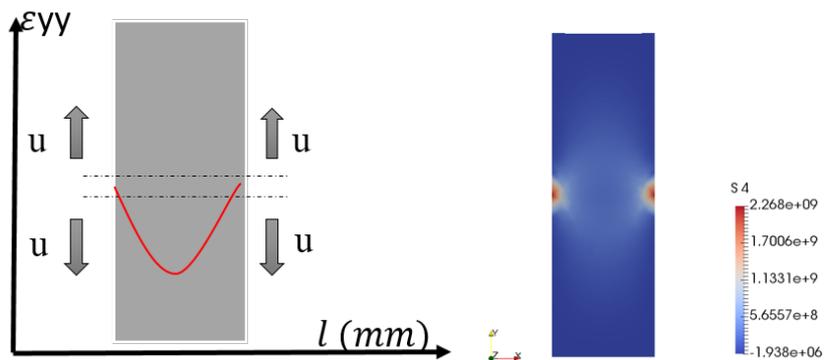


FIGURE 4.14 – Schéma illustratif de profil de déformation (à gauche) et modélisation élastique en 2D d'un essai de traction sur une pâte de ciment (à droite).

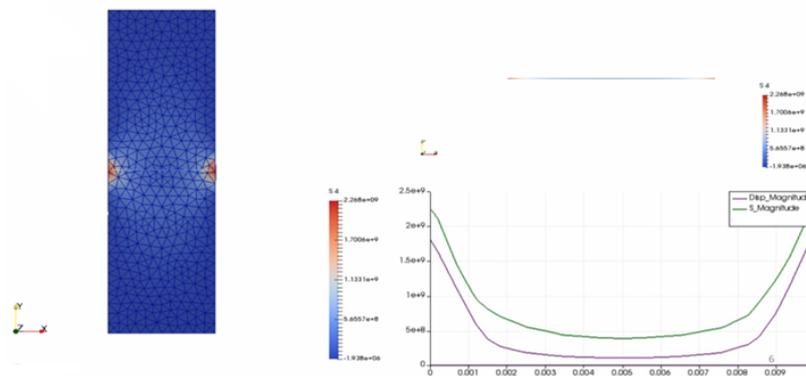


FIGURE 4.15 – Profils de déplacement et de contrainte tout au long de la ligne médiane de l'éprouvette obtenus par la modélisation de l'essai de traction.

Pâte de ciment (matrice)				
Temps d'hydratation (j)	σ_{1p}^{coh} (MPa)	σ_{2p}^{coh} (MPa)	w_{1p} (J/m ²)	w_{2p} (J/m ²)
2	2.20	3.50	2.50	42
7	2.90	6.10	4	78
15	4.10	7.55	5.60	111
28	5.20	8.10	6.70	125
Temps d'hydratation (j)	σ_{1i}^{coh} (MPa)	σ_{2i}^{coh} (MPa)	w_{1i} (J/m ²)	w_{2i} (J/m ²)
2	1.40	2	1.90	22
7	2.50	4	5.40	55
15	2.80	5.20	9.10	75
28	3.90	6	11.60	98

TABLE 4.5 – Paramètres cohésifs déterminés pour différents temps d'hydratation.

4.3.2 Choix du maillage

Une fissure telle qu'elle est décrite dans les modèles CZM est définie par trois zones, la première correspond à une fissure libre de contrainte, la seconde, appelée zone cohésive, où les contraintes cohésives sont non nulles et enfin une zone saine où la contrainte d'amorçage n'est pas encore atteinte (voir figure 2.5). La zone cohésive permet une transition progressive du matériau sain à un matériau fissuré. La taille de cette dernière est liée à la longueur caractéristique qui est égale au rapport de l'énergie cohésive à la contrainte cohésive w_{coh}/σ_{coh} du modèle cohésif. La taille de la zone cohésive varie proportionnellement avec la longueur caractéristique. Et si elle tend vers zéro, la zone cohésive disparaît et on se retrouve dans le cas de la mécanique de la rupture classique où il est possible d'avoir des contraintes infinies en pointe de fissure. Il est important du point de vue mécanique et numérique de simuler correctement la zone cohésive. Ceci est possible à travers un maillage suffisant de cette zone en la décomposant en au moins trois à cinq éléments finis cohésifs. Cela permet de représenter finement l'évolution de la fissure. Une estimation de la taille de la zone cohésive L_{zc} dans un matériau élastique [103], donne :

$$L_{zc} = \frac{E}{1 - \nu^2} \frac{w_{coh}}{\sigma_{coh}^2} \quad (4.7)$$

avec E le module d'Young de la pâte de ciment (à 28 jours), ν le coefficient de Poisson. La taille de la zone cohésive ainsi que les estimations premières pour la taille de maille sont calculées et présentées dans le tableau 4.6 :

E (GPa)	ν	σ_{coh} (MPa)	w_{coh} (J/m ²)	L_{cz} (mm)	l_{m1} (mm)	l_{m2} (mm)
12.5	0.29	5.20	6.70	3.20	1.10	0.7

TABLE 4.6 – La longueur de la zone cohésive ainsi que les estimations l_{m1} et l_{m2} correspondant respectivement à $\frac{L_{cz}}{3}$ et $\frac{L_{cz}}{5}$.

Dans le but de mener à bien notre étude, une analyse de sensibilité de la réponse mécanique à la taille de maille est examinée pour déterminer le maillage à partir duquel on n'observe plus d'influence sur les résultats. Cette analyse de sensibilité au maillage a été réalisée pour la pâte de ciment, en premier temps, et pour le béton numérique, en deuxième temps. Au début, cette étude n'a pas mené à des résultats qui convergent même pour un maillage très fin. Une des raisons pour laquelle les calculs ne convergeaient pas est la dépendance de la pente de la partie "élastique" (la rigidité interfaciale initiale) de la loi cohésive (figure 2.9) à la taille de maille. En effet, le critère pratique de Blal [13] utilisé pour la calibration des rigidités interfaciales initiales (équation 4.6) dépend de la taille de maille. Ainsi, l'aire sous la partie linéaire de la loi cohésive w_{corr} dépend de la taille de maille. Cette dépendance fait que, pour une même énergie cohésive totale w_{tot}^{coh} , la partie de l'énergie responsable de l'endommagement w_{endo} ne serait pas la même en faisant varier la taille de maille (figure 4.16). Plus le maillage est grossier plus cette quantité est faible et vice versa. Si on considère que l'énergie d'endommagement w_{endo} comme un paramètre intrinsèque au matériau, sa valeur ne doit pas donc dépendre de la taille de maille. En se basant sur ce dernier principe, une proposition de correction au niveau de la loi cohésive est faite afin de garantir au modèle toujours la même quantité d'énergie quelle que soit la taille de maille. Cette proposition est la suivante :

1. décomposer la surface sous la courbe de la loi cohésive en deux parties comme le montre la figure 4.16. Une énergie w_{corr} de correction et une énergie d'endommagement w_{endo} dont la somme donne l'énergie totale à fournir au modèle w_{tot} :

$$w_{tot}^{coh} = w_{corr} + w_{endo} \quad (4.8)$$

2. au lieu d'avoir l'énergie totale w_{tot}^{coh} constante comme on fait classiquement et w_{corr} , w_{endo} dépendantes de la taille de maille, on fait en sorte que w_{tot}^{coh} soit variable de façon à garantir toujours une énergie responsable de propagation de la fissure égale w_{endo} , puisque, la première quantité de l'énergie est variable et qu'elle dépend de la pente de la partie élastique, dépendant elle même de la taille de maille. L'énergie élastique du matériau contenant ces zones cohésives est portée par ces éléments finis volumiques, cette quantité de w_{corr} n'a pas vraiment de sens physique.
3. si on fournit au système la quantité l'énergie de correction :

$$w_{corr} = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{C} \quad (4.9)$$

où C la rigidité normale ou tangentielle, on peut garantir dans ce cas une énergie d'endommagement identique, propre au matériau.

4. l'énergie de correction est très faible devant l'énergie d'endommagement : $w_{corr} \ll w_{endo}$. Elle est généralement de l'ordre de $10^{-3} J/m^2$ alors que l'énergie d'endommagement est de l'ordre de $10^1 J/m^2$ à $10^2 J/m^2$ dans nos calculs.

Malgré la faible quantité d'énergie de correction devant l'énergie d'endommagement, on voit bien son influence sur les résultats de l'étude de convergence par rapport au maillage. Cette énergie de correction, permet de garantir une même courbure de la partie d'endommagement

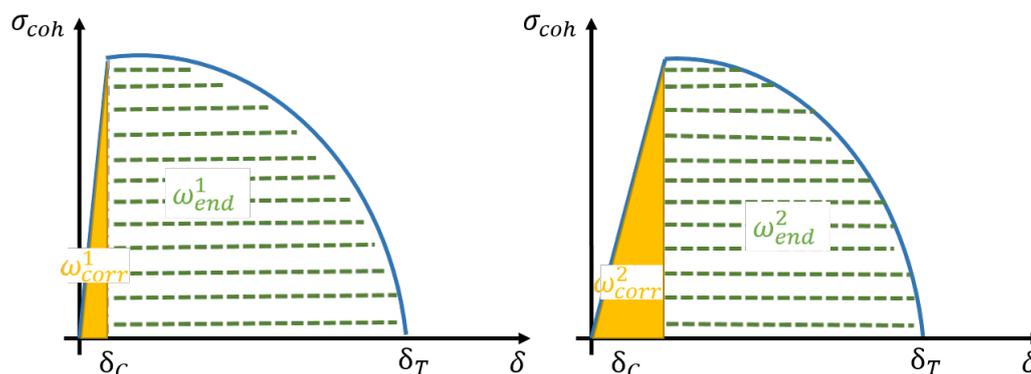


FIGURE 4.16 – Décomposition de l'énergie cohésive en prenant en considération le paramètre de correction numérique afin d'étudier la convergence du maillage.

de la loi cohésive, et donc un même comportement du matériau vis à vis de l'endommagement quand la taille de maille est de plus en plus faible, ce qui favorise la convergence. Le tableau 4.7 présente les réponses mécaniques (résistance maximale) pour différentes tailles de maille. La courbe de résistance maximale en fonction du nombre d'éléments est présentée dans le figure 4.17. Cette courbe montre que la réponse mécanique tend à se stabiliser à partir d'une taille de maille de 0.8 mm. Dans le but d'optimiser le temps de calcul, on a autorisé une marge d'erreur qui ne dépasse pas 10% sur la résistance maximale. Cette marge a permis d'utiliser la taille de maille 1.10 mm pour la suite des calculs.

Taille de maille (mm)	Nombre d'éléments (-)	Contrainte max (MPa)
3	574	37.15
1,5	1340	47
1,1	2518	58
0.8	4910	64
0,4	19136	64,9

TABLE 4.7 – Tableau récapitulatif de l'étude de convergence au maillage dans le composite, présentant les résultats en termes de résistance maximale de la pâte en fonction de la taille de maille.

4.4 Applications

Après simulation et afin d'étudier plus profondément le comportement du béton numérique pour différentes applications, on extrait les réactions et les déplacements des noeuds des deux faces de l'éprouvette. On trace la courbe contrainte/déformation. La contrainte est obtenue en faisant le rapport entre la somme des réactions de tous les noeuds de la face supérieure dans la direction Y sur la section de l'éprouvette; la déformation est obtenue en faisant le rapport de la différence de la moyenne des déplacements des noeuds de la face supérieure et inférieure suivant la direction Y sur la hauteur de l'éprouvette selon Y.

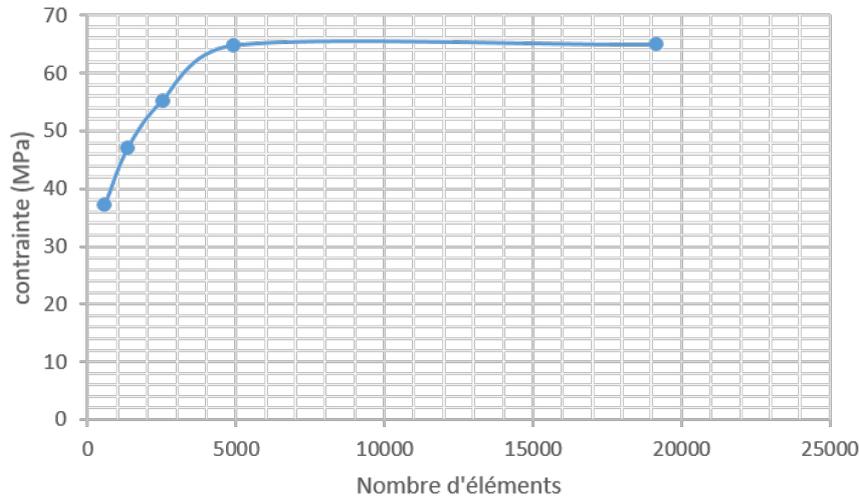


FIGURE 4.17 – Évolution de la résistance maximale à la compression pour une éprouvette du béton numérique en fonction du nombre d'éléments.

4.4.1 Validation de la méthode linéaire

Les caractéristiques mécaniques en compression uniaxiale définissant le matériau béton, sont son module d'Young, sa résistance en compression et son comportement adoucissant. Pour l'étude élastique on détermine le module d'élasticité du béton qui est la pente de la courbe contrainte-déformation. On utilise la méthode de Mori-tanaka [85] comme outil de validation des résultats numériques pour la phase élastique de la réponse du béton numérique sous compression uniaxiale. La figure 4.18 permet une validation des résultats numériques avec les résultats analytiques selon Mori-Tanaka concernant la réponse élastique linéaire du VERN.

Bien qu'il reste valide même pour des contrastes élevés des modules des composants, ce modèle sous-estime le module réel du béton (figure 4.18). Ce résultat a été confirmé dans les travaux de [41], en calculant le module d'Young sur des échantillons ayant des fractions volumique de 20% et 40% à l'aide de la méthode MT. Pour une fraction volumique de 20% le modèle de MT prévoit un module d'Young assez proche de la solution exacte avec une erreur relative maximale de 8,8%.

4.4.2 Etude du durcissement

4.4.2.1 Réponse mécanique globale

La réponse mécanique du béton a été caractérisée et mise en avant par de nombreux auteurs [78, 84, 116]. Afin d'analyser le comportement mécanique du béton en compression, il est nécessaire d'avoir une bonne connaissance des différentes étapes le menant au pic de charge. On présente, dans la figure (4.19), les résultats de l'essai de compression uniaxiale sur le VER sous forme de courbes contraintes-déformations pour différents temps d'hydratation. Ces résultats font l'objet d'une confrontation expérimentale/numérique. En effet, On trace dans une même

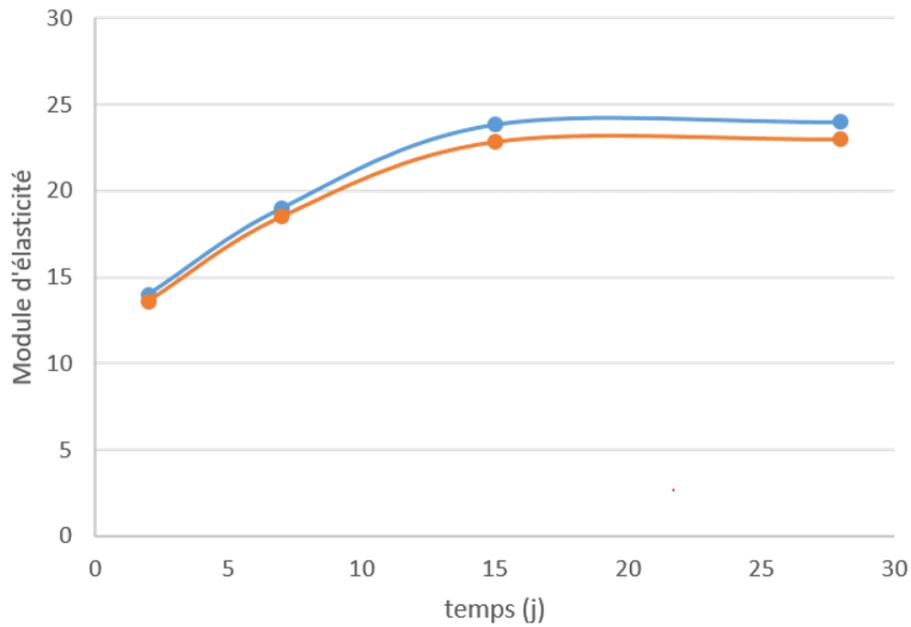


FIGURE 4.18 – Validation de la réponse élastique linéaire du VER (numérique en bleu) avec la méthode Mori-Tanaka (en orange) pour différents temps d'hydratation.

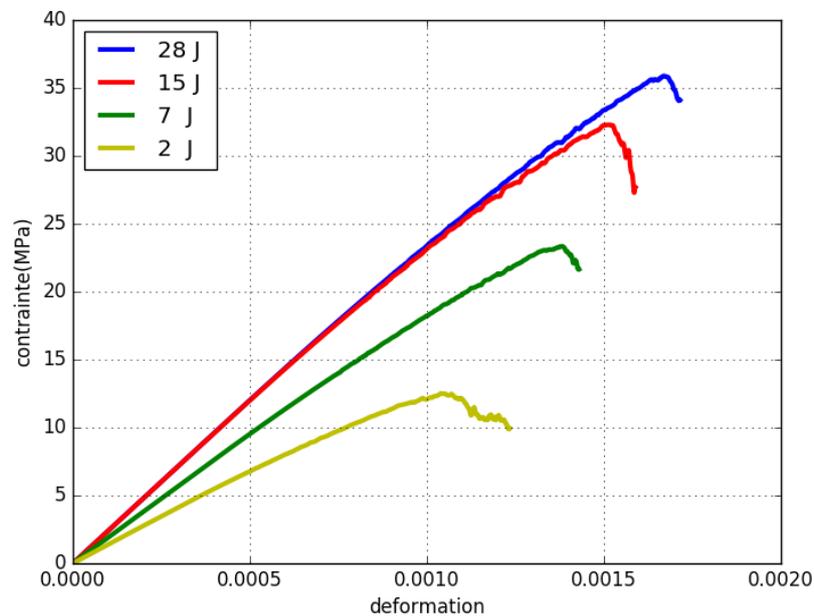


FIGURE 4.19 – Évolution de la réponse mécanique du VER au cours de l'hydratation.

figure (figure 4.20) les points correspondant à la résistance maximale en fonction du durcissement. Ces résultats ont été également approchés par l'Eurocode 2. L'idée de ce dernier, se

base sur l'estimation de la résistance maximale du composite en compression à l'âge j (jours) en fonction de sa résistance au 28^{ème} jour. En effet, on considère la résistance mécanique du béton à 28 jours comme une propriété intrinsèque au matériau. Au delà de 28 jours la résistance ne présente pas une évolution notable. Elle est donc considérée comme la résistance maximale atteinte par le béton :

$$\sigma_{max}(j) = \beta_{cc}(j) \cdot \sigma_{max}(28) \quad j \leq 28, \quad (4.10)$$

avec :

$$\beta_{cc}(j) = \exp\left(s\left[1 - \left(\frac{28}{j}\right)^{0.5}\right]\right) \quad j \leq 28, \quad (4.11)$$

avec $s = 0.38$ pour le type de ciment CEM 32.5 de classe R, j le nombre de jour d'hydratation et $\sigma_{max}(28)$ la résistance maximale à 28 jours.

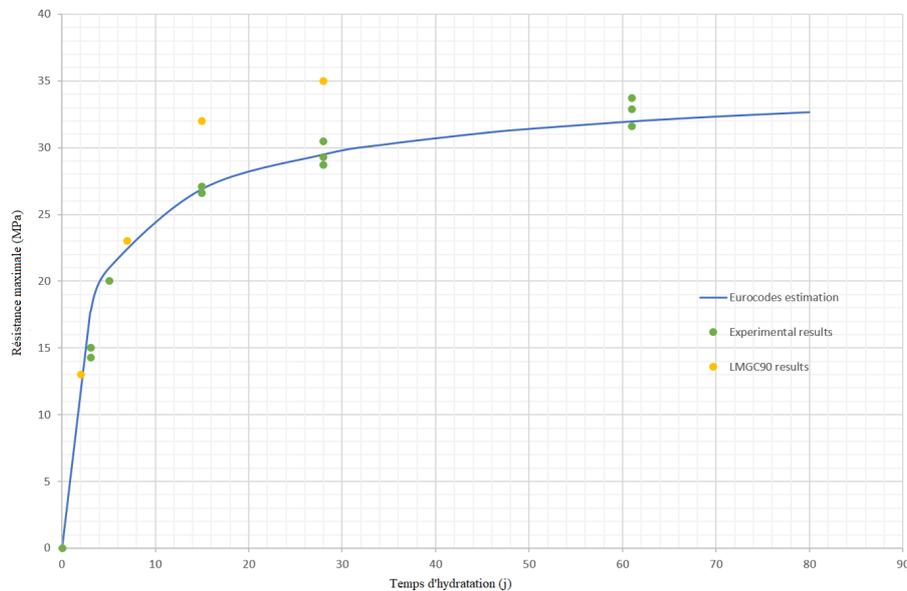


FIGURE 4.20 – Validation expérimentale/numérique et estimation selon l'Eurocode de l'évolution de la résistance mécanique au cours du durcissement.

4.4.2.2 Analyse du processus de rupture

On définit l'initiation de l'endommagement effectif comme étant le point marquant la fin de la phase linéaire. D'après le tableau 4.8, ce point varie dans un intervalle [47 ;50] % selon l'état de durcissement du béton. Mazars [78] a affirmé que la réponse du béton est quasi-linéaire jusqu'à 30-50 % de la résistance maximale bien qu'il y ait l'apparition de micro-fissures aux interfaces mortier/granulats. Également, en analysant le comportement du VER du point de vue local (tableau 4.9), on constate que l'endommagement s'initie dans cette phase quasi-linéaire.

Temps d'hydratation (J)	$\frac{\sigma_{ini}}{\sigma_{max}}$ (%)	σ_{max} (MPa)
2	47	13
7	47	23
15	50	32
28	49	35

TABLE 4.8 – Valeurs de résistances maximales et rapport en % de $\frac{\sigma_{ini}}{\sigma_{max}}$ pour un VER de 35 % en fraction solide pour différents temps d'hydratation

En effet, l'état de l'endommagement au point de démarrage de la phase non linéaire de la courbe montre un endommagement local qui varie de 5 à 7 % du milieu susceptible d'être endommagé au cours de l'essai (l'ensemble pâte et interface pâte/granulat). Ces valeurs évoluent tout au long de d'hydratation.

Temps d'hydratation (J)	Endommagement atteint à la sortie de la phase linéaire (%)	Endommagement atteint au pic (%)
2	5	26
7	5.5	27
15	6	30
28	7	31

TABLE 4.9 – Taux d'endommagement en (%) à la sortie de la phase linéaire et au pic de la courbe contrainte-déformation en fonction du temps d'hydratation

4.4.2.3 Mode et phases intervenant dans la rupture

Les zones d'interfaces entre les différents constituants du béton ont un rôle très important dans les mécanismes responsables de l'endommagement. La figure 4.22 permet de suivre, du point de vu local, l'initiation et l'évolution de l'endommagement, le mode d'ouverture le plus présent, ainsi que la contribution de chacune des phases dans la rupture. Cette figure est composée de quatre groupes de figures. Pour chaque temps d'hydratation et en fonction de la déformation, les graphes du haut vers le bas représentent :

- Groupe 1 : des visualisations de l'état du béton en des points particuliers de l'essai : au point de l'initiation de l'endommagement au niveau de la microstructure (qu'on dénomme ici endommagement local) (a) et au point de sortie de la courbe contrainte-déformation du domaine linéaire (b) qu'on dénomme ici endommagement global (vu qu'il est visible sur la courbe de comportement global de la structure).
- Groupe 2 : l'évolution de la contrainte macroscopique au cours de l'essai (ces courbes sont étudiées dans le paragraphe précédent).

- Groupe 3 : le mode d'ouverture local ; le mode I est un mode d'ouverture en traction, le mode II qui est un mode d'ouverture en cisaillement et le mode mixte qui un mode qui combine les deux. Si une fissure est créée et si la distance entre deux interfaces devient relativement grande, il n'y a plus de contact. En effet, ces histogrammes montrent que l'initiation de l'endommagement se fait en mode II et, au cours de l'essai, il y a l'apparition du mode mixte mais qui reste relativement faible relativement au mode II. Par exemple, pour un endommagement total de 32% des interfaces à 28 jours, il y a 5% qui sont endommagées en mode mixte et 27 % en mode II.

- Groupe 4 : ces histogrammes permettent de donner la contribution de chacune des phases lors de l'essai de compression. On peut déduire de ce groupe d'histogrammes que l'endommagement s'initie au niveau de l'interface pâte de ciment/granulat. En expliquant les mécanismes qui peuvent être responsables de la microfissuration dans la phase pré-pic, Van Mier [120] a constaté que l'apparition des microfissures initiales lors d'un essai de compression est due aux microglissements à l'interface pâte/granulat. Ces microfissures bifurquent dans la matrice en suivant un cône formé au-dessus et en-dessous du granulat qui sont des zones de confinement triaxial. En effet, quand on vient exercer une pression sur l'ensemble pâte/granulat, des forces de frottement se créent à l'interface sur le dessus et le dessous des granulats. De ce fait, les zones grisées sur la Figure 4.21(a) sont plus résistantes que les zones latérales. La propagation de ces microfissures dans la pâte se fait en mode II (cisaillement) et dépend fortement de l'état de contrainte appliqué (Figure 4.21(b)). Leur apparition autour des granulats est quasi aléatoire et se répartit sur l'ensemble du volume. Notons que ce cas de figure est possible seulement quand le granulat a un module d'Young (E_g) plus grand que celui de la matrice (E_m).

Le durcissement influe non seulement sur les propriétés mécaniques macroscopiques comme la résistance maximale du VER, mais il manifeste également son influence sur les mécanismes locaux de l'endommagement. En effet, en suivant l'endommagement effectif au cours de l'hydratation, on constate d'après le Groupe 1 et le Groupe 4 de la figure 4.22, qu'au temps d'hydratation de 2 jours, la matériau quitte le domaine linéaire avec seulement un endommagement au niveau de l'interface alors qu'au temps d'hydratation de 28 jours, on observe une contribution de la pâte dans l'endommagement effectif.

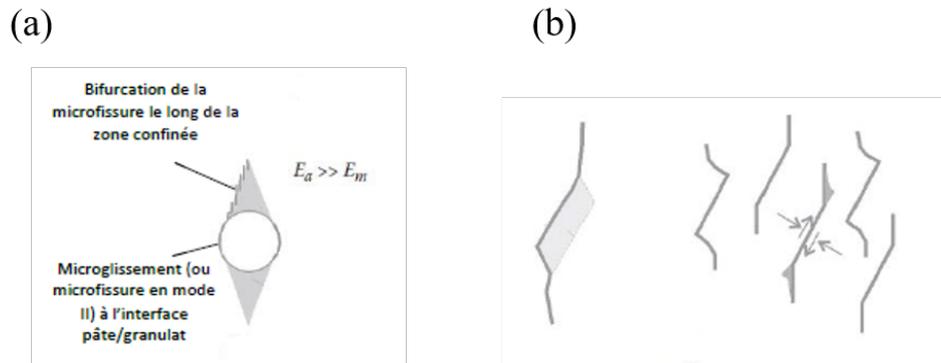


FIGURE 4.21 – Différents mécanismes possibles conduisant à l'endommagement du béton sous compression [120]

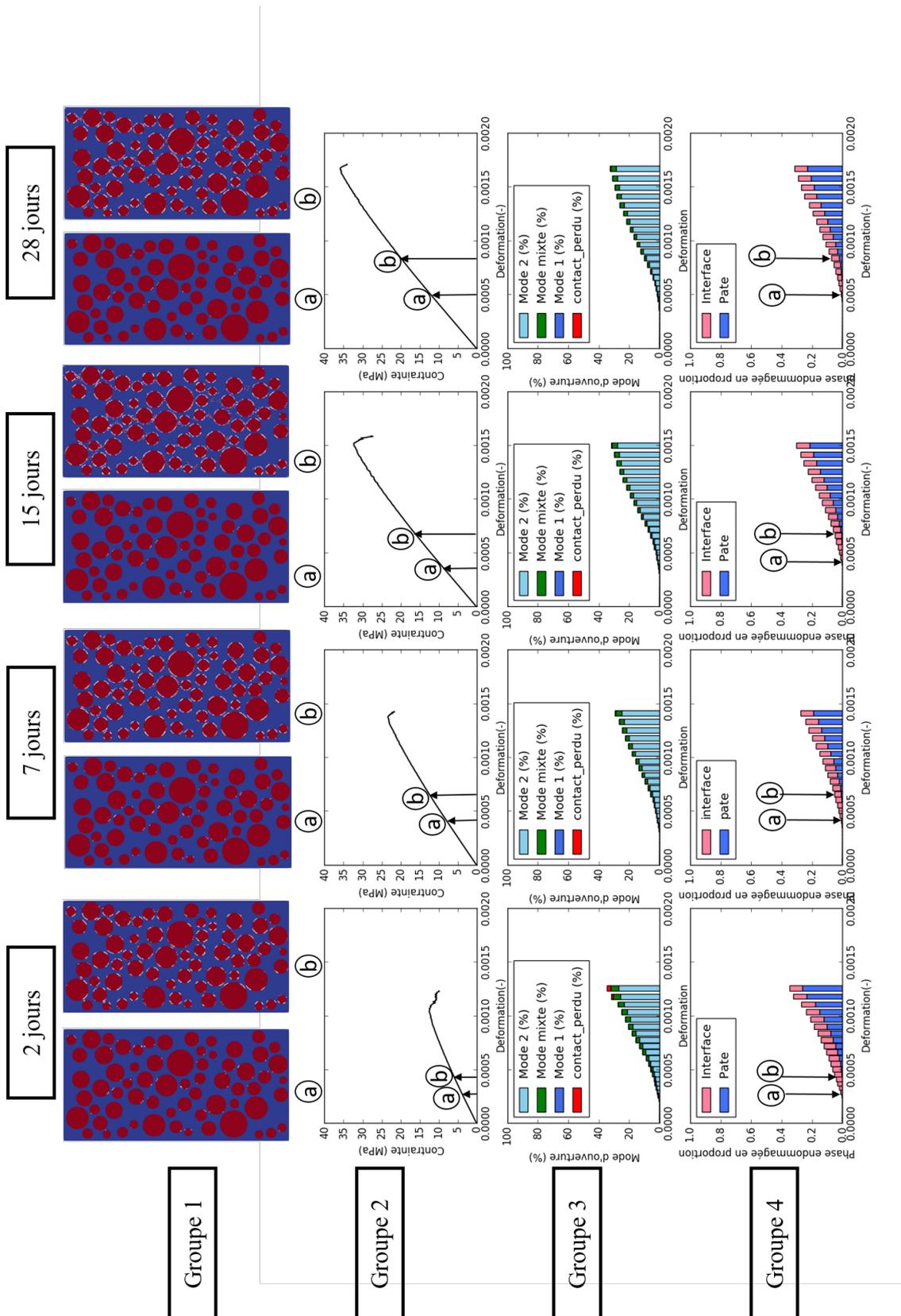


FIGURE 4.22 – De gauche à droite : Courbe contrainte -déformation , modes de rupture locaux au cours de l'essai de compression et contribution de chacune des phases dans la rupture du VERN45.

4.4.2.4 Faciès de rupture

Avant d'analyser les faciès de rupture de la figure 4.23, il est important de mentionner que les points en bleu sont des points de contacts ayant des valeurs de $\beta = 0$, ce qui correspond à un contact rompu (mais qui reste dans l'intervalle de contact visible d'où la différence avec les fissures déjà créée où le contact est totalement perdu comme le cas de la fissure latérale). Les faciès de rupture montrent que la fissuration est de moins en moins diffuse en avançant dans l'hydratation et vers 28 jours on obtient un matériau qui présente une fissure principale (la plus longue) diagonale. Ce cas correspond à "une rupture par bande de cisaillement" [79], observée dans un essai de compression uniaxiale lorsqu'il y a du frottement entre l'échantillon et les plaques de chargement. L'angle d'inclinaison de la fissure avec l'axe de chargement est d'environ 45° . Cependant cet angle varie avec les conditions aux limites de chargement en compression uniaxiale [125]. D'après Van Mier [120], le comportement post-pic n'est pas considéré comme une propriété intrinsèque au matériau car il dépend de plusieurs paramètres dont certains n'ont aucun rapport avec la microstructure du matériau. Ces derniers sont plutôt liés aux conditions aux limites et au type d'essai. Par exemple, dans ce cas d'essai, les déplacements horizontaux au niveau des faces supérieure et inférieure de l'échantillon sont bloqués et gênent les déformations transversales dans cette zone, dénommée "zone de frettage". Dans la partie centrale, la déformation transversale est libre, ce qui explique la fissure latérale. Expérimentalement, on peut limiter le frettage en utilisant des appuis en téflon.

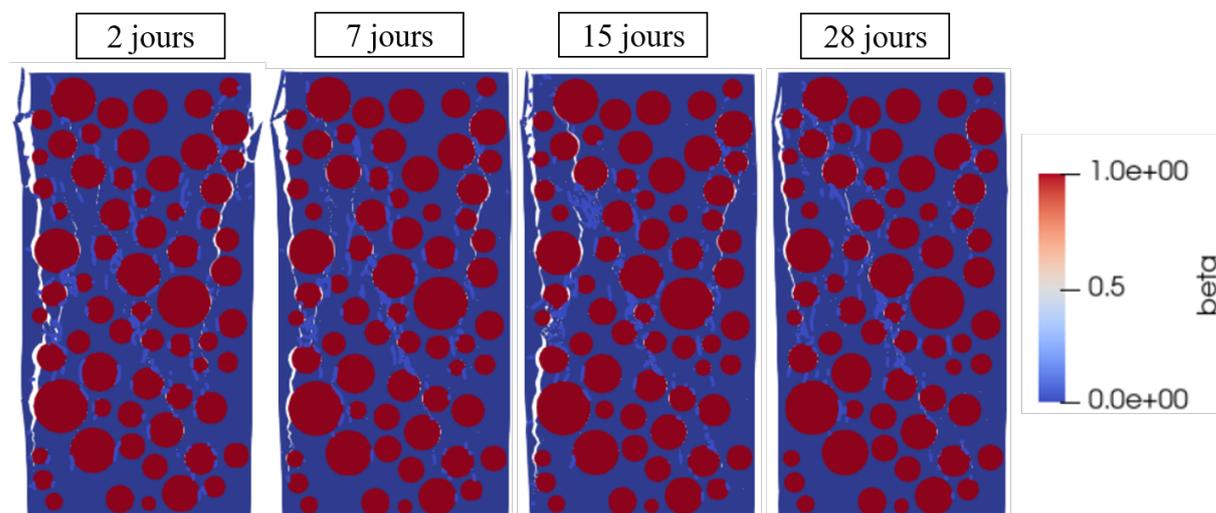


FIGURE 4.23 – Faciès de rupture du volume élémentaire représentatif numérique à 45% de fraction solide (VERN45) testé en compression à différents stades d'hydratation.

4.4.2.5 Proposition de relation entre variables locales et globales

Dans ce paragraphe, et d'après les observations et les analyses des histogrammes portant sur l'initiation de l'endommagement, son évolution et les phases contribuant aux mécanismes initiaux de la fissuration, on propose un récapitulatif sur la relation entre les mécanismes locaux et la réponse globale du béton numérique lors d'un essai de compression. Selon les résultats, le

mode de rupture principal, que ce soit pour l'initiation de l'endommagement et tout au long de l'essai de compression, est le mode II. Ce résultat permet de cibler les paramètres cohésifs qui influent le plus le processus de rupture c'est à dire $\{ \sigma_{2p}^{coh}, \sigma_{2i}^{coh}, w_{2p}$ et $w_{2i} \}$.

Comme on a montré que la phase où l'endommagement s'initie est l'interface pâte de ciment/granulat, ceci permet d'éliminer la pâte de ciment en ce qui concerne l'initiation de l'endommagement. Dans ce cas, on peut écrire une relation de dépendance entre les variables locales et globales. Pour un béton testé en compression uniaxiale avec $E_p < E_g$, l'endommagement effectif I_e dépend de $(\sigma_{2i}^{coh}$ et $w_{2i})$:

$$I_e = f(\sigma_{2i}^{coh}, w_{2i}) \quad (4.12)$$

Cette hypothèse permet de déterminer la phase responsable de l'endommagement effectif du VER testé en compression mais il est possible d'aller plus loin dans la démarche afin de déterminer leur part de participation. Afin de répondre à cette question, une étude de sensibilité est présentée dans le chapitre 5. Elle permettra de déterminer :

1. Les paramètres les plus influents sur I_e .
2. Les paramètres les plus influents sur la résistance maximale.

4.4.3 Étude de la réponse mécanique du béton dégradé

Il est certain que des facteurs comme la présence des pores ou les microfissures initiales, jouent un rôle prépondérant dans la réponse mécanique de ces matériaux. Dans ce paragraphe, on va étudier l'impact d'une interface pré-endommagée sur l'initiation de l'endommagement, les trajets de fissuration et la réponse mécanique macroscopique du béton. Pour ceci, on agit sur le paramètre β qui représente l'intensité de l'adhésion (défini en détail au chapitre 2). On réalise des essais de compression uniaxiale sur un béton ayant les interfaces dégradées. Les courbes de la figure 4.25 montrent les détails de la réponse mécanique du béton à différentes valeurs d'intensité d'adhésion : $\beta = 1$ pour l'interface saine $\beta = 0.5$ et $0,001$ pour l'interface dégradée.

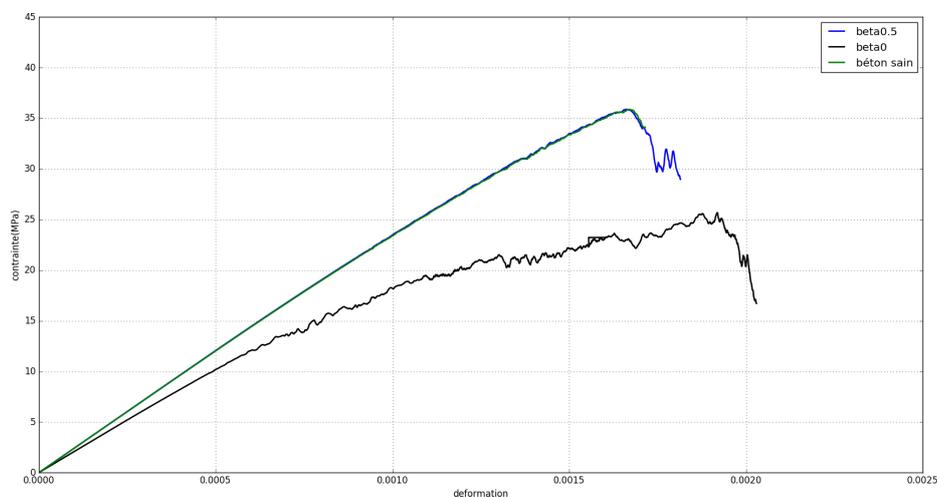


FIGURE 4.24 – La réponse mécanique du béton pré-endommagé.

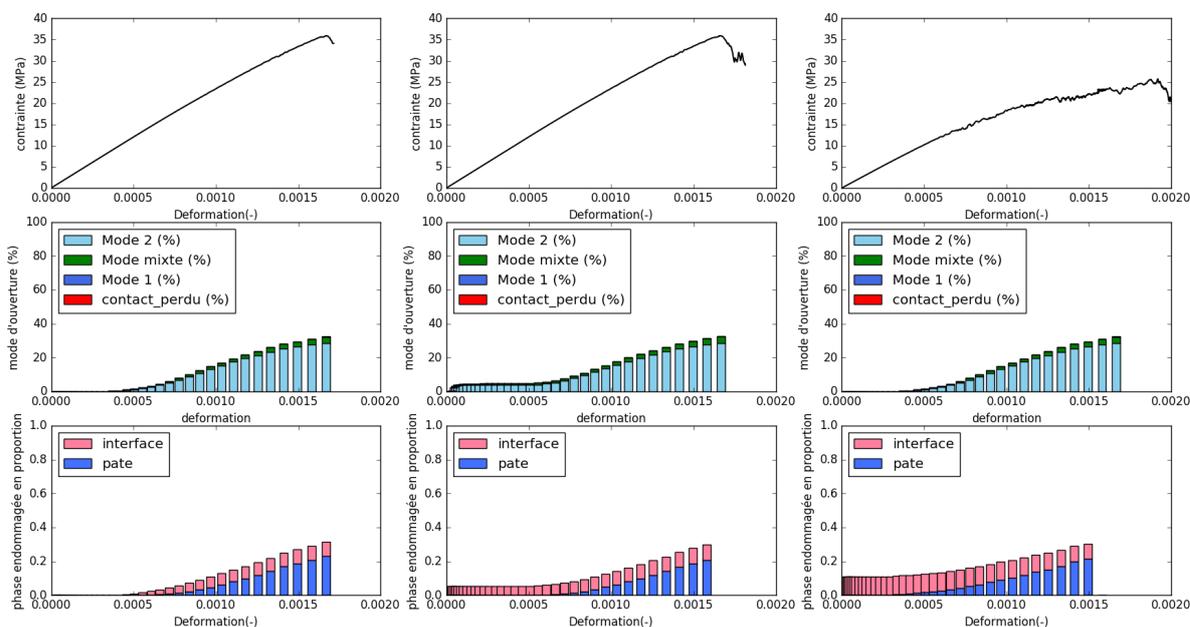


FIGURE 4.25 – Du haut vers le bas : Courbe contrainte-déformation , Modes de rupture locaux au cours de l'essai de compression et Contribution de chacune des phases dans la rupture du VER pré-endommagé.

On constate que l'effet d'une interface dégradée sur la réponse mécanique globale n'est

pas aussi accentuée quand les valeurs de β sont supérieures à 0.1, autrement dit, si on suit la définition de $\beta = 1 - D$ (présentée dans le chapitre 2), on constate un endommagement à 90% au niveau de l'interface. Plusieurs questions se sont posées pour expliquer comment une interface aussi endommagée ne peut pas vraiment affecter fortement la réponse mécanique du béton. Les hypothèses suivantes peuvent permettre d'expliquer cela :

- La fraction surfacique des interfaces pâte/granulat est faible devant celle de la pâte, même si l'initiation de l'endommagement se passe au niveau des interfaces pâte/granulat, on n'observe pas son effet sur le comportement macroscopique.
- La définition de β n'a plus de sens valable pour les lois "extrinsèques" où la rigidité interfaciale prend des valeurs très élevées et cette grandeur devient purement numérique et ne sert qu'à garantir une rigidité effective du matériau supérieure à 95% de la rigidité du matériau homogénéisé.

Pour se convaincre de cette dernière remarque, on écrit ici, l'équation 4.13 qui permet de décrire l'évolution de β dans la loi *MAL* (utilisée dans ce travail). Les quantités d_c et d_t représentent respectivement le déplacement lié à la partie élastique et le déplacement de la partie endommageable jusqu'à la rupture. Ils sont représentés dans la figure 4.26.

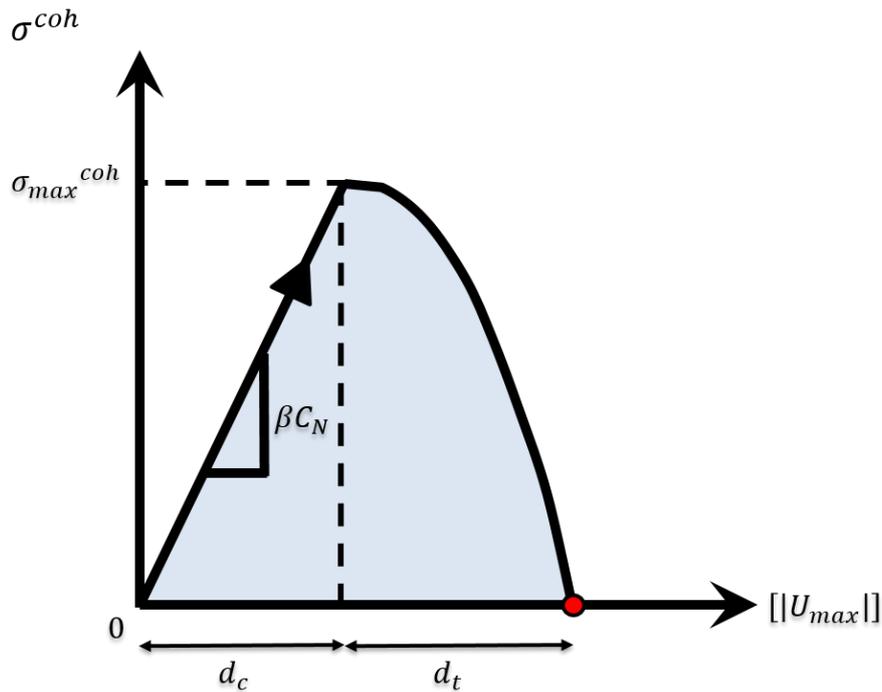


FIGURE 4.26 – Schéma illustrant les paramètres utilisés pour l'étude de β

Si le saut de déplacement $[[u]] \geq d_c$,
alors :

$$\beta = \frac{d_c}{[[u]]} \left(1 - \left(\frac{[[u]] - d_c}{d_t} \right)^2 \right) \quad (4.13)$$

La contrainte cohésive tout au long de la courbe de la loi cohésive, s'écrit :

$$\sigma^{coh} = \beta \cdot C_N [|u|] \quad (4.14)$$

En remplaçant la variable β de l'équation 4.13 dans l'équation 4.14, on obtient :

$$\sigma^{coh} = C_N \cdot d_c \left(1 - \left(\frac{[|u|] - d_c}{d_t} \right)^2 \right) \quad (4.15)$$

où la contrainte cohésive maximale est égale :

$$\sigma_{max}^{coh} = C_N \cdot d_c \quad (4.16)$$

Si on écrit la contrainte cohésive σ^{coh} en fonction de la contrainte cohésive maximale σ_{max}^{coh} :

$$\sigma^{coh} = \alpha \cdot \sigma_{max}^{coh} \quad \alpha \in [0, 1] \quad (4.17)$$

Alors :

$$\alpha = 1 - \left(\frac{[|u|] - d_c}{d_t} \right)^2 \quad (4.18)$$

Donc le saut de déplacement s'écrit en fonction de α comme suit :

$$[|u|] = d_c + d_t \sqrt{1 - \alpha} \quad (4.19)$$

Ce qui permet d'extraire la relation entre α et β :

$$\beta = \frac{d_c}{d_c + d_t \sqrt{1 - \alpha}} \left(1 - \left(\frac{d_t \sqrt{1 - \alpha}}{d_t} \right)^2 \right) = \frac{\alpha}{1 + \frac{d_t}{d_c} \sqrt{1 - \alpha}} \quad (4.20)$$

L'équation 4.20 montre que la relation entre α et β n'est pas linéaire et qu'elle dépend fortement du rapport $\frac{d_c}{d_t}$. Autrement dit, la contrainte cohésive (équation 4.14) calculée dans le cas d'une

interface endommagée à 50% ($\beta = 0.5$) n'est pas égale à $0.5 \cdot \sigma_{coh}^{max}$ si $\frac{d_t}{d_c}$ est grand. Si ce rapport est nul, c'est à dire $d_t = 0$ (le cas d'une rupture fragile), on trouve l'égalité suivante : $\alpha = \beta$ et la relation devient linéaire. Une fois que $d_t \neq 0$, deux cas se présentent (figure 4.27). Pour le premier cas, où $d_c \ll d_t$, ce qui correspond au cas des lois extrinsèques, la relation entre α et β est présentée par la courbe (a) de la figure 4.27. Le deuxième cas, où le rapport $\frac{d_t}{d_c}$ tend vers une valeur finie, donne une allure représentée par la courbe (b) de la figure 4.27. Dans ce dernier cas, dès que β commence à avoir des valeurs inférieures à 1, la valeur de la résistance cohésive varie, alors que pour le premier l'endommagement n'influe que quand β tend vers zéro.

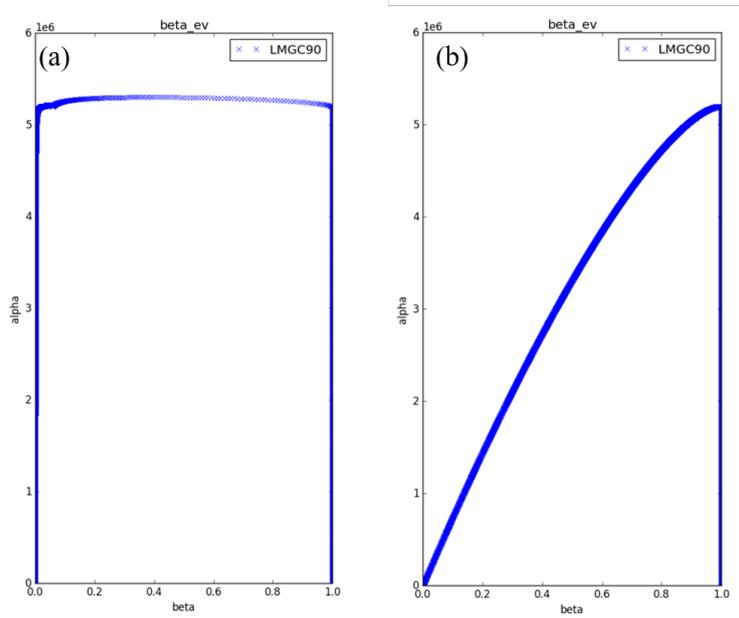


FIGURE 4.27 – Evolution de α en fonction de β selon le $\frac{d_t}{d_c}$; (a) dans le cas $d_c \ll d_t$ (extrinsèque) et (b) dans le cas contraire (intrinsèque).

La densité de longueur endommagée est une grandeur permettant de suivre l'évolution de la quantité de longueur endommagée au cours de l'essai rapportée à la longueur totale des arrêtes des éléments dans un milieu cohésif. Une fois l'endommagement déclenché dans le matériau, on calcule une longueur endommagée par élément en fonction du degré d'endommagement atteint :

$$\text{si } \beta \neq 0 \text{ alors :} \quad (4.21)$$

$$l_{endo}^{(ij)} = (1 - \beta^{(ij)})l_{EFC}^{(ij)}$$

où $l_{EFC}^{(ij)}$ est la longueur de l'arrête entre deux éléments finis cohésifs ij . La densité de longueur endommagée dans le matériau est définie par :

$$D_{endo} = \frac{L_{endoT}}{L_{EFCT}} \quad (4.22)$$

où L_{endoT} est la longueur endommagée totale du matériau pour un temps t au cours de l'essai :

$$L_{endoT} = \sum_i j l_{endo}^{(ij)} \quad (4.23)$$

et L_{EFCT} est la longueur totale des zones cohésives qui s'exprime par :

$$L_{EFCT} = \sum_{ij}^N l_{EFC}^{(ij)} \quad (4.24)$$

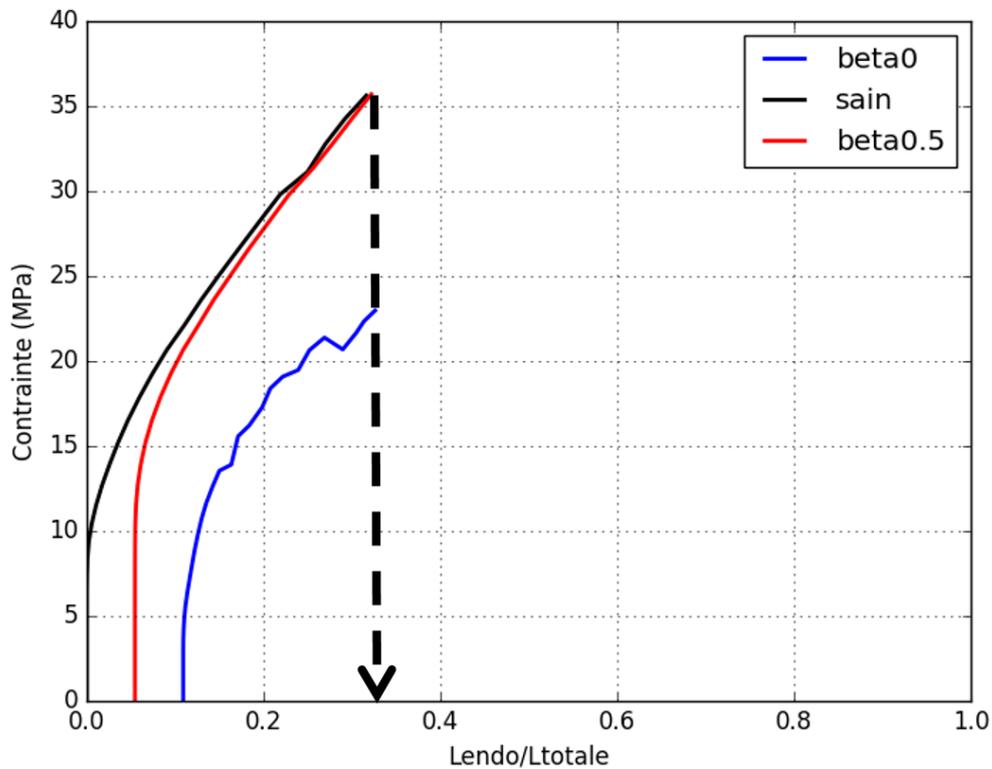


FIGURE 4.28 – Évolution de la densité de longueur endommagée pour différentes éprouvettes pré-endommagées

La figure 4.28 montre que quel que soit l'état initial du béton (sain ou pré-endommagé), la densité de longueur endommagée est la même à la fin de l'essai. Les flèches horizontales marquent la sortie du domaine linéaire qu'on observe sur la courbe contrainte-déformation. Bien que la courbe avec $\beta = 0$ présente une sortie précoce du domaine linéaire, celle avec un pré-endommagement de 0.5 quitte le domaine linéaire après celle du béton sain.

4.4.4 Influence de la fraction solide

La différence d'élasticité entre les phases et la fraction surfacique (volumique dans le cas 3D) de matrice sont des facteurs contrôlant la fissuration et par conséquent impactant la réponse mécanique du béton. Dans ce paragraphe, en utilisant des VERs ayant des fractions solides différentes ainsi que des états de durcissement différents de la pâte, on va étudier l'influence de ces facteurs contrôlant la fissuration.

4.4.4.1 Génération de la mésostructure du VERN35

On construit un VERN en suivant la démarche présentée au chapitre 3 afin de garantir une isotropie de la distribution spatiale des particules et de générer une microstructure ayant 45%

de fraction solide (VERN45). Les courbes granulométriques des VERN45, VERN35 et expérimentale sont présentées dans la figure 4.29.

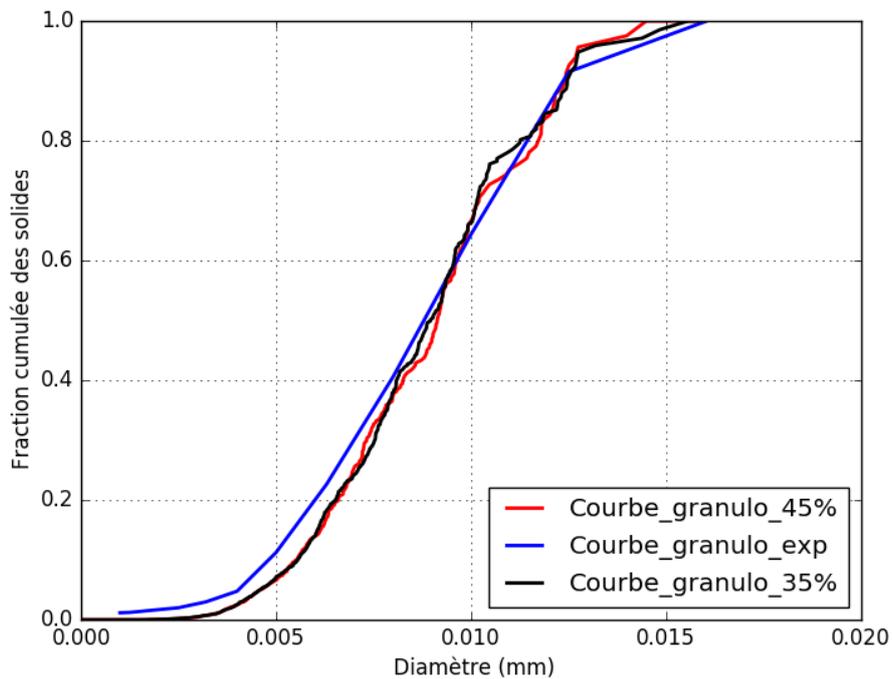


FIGURE 4.29 – Distribution granulométrique numérique et expérimentale du VERN à 35 et 45 %.

Comme c'est le cas pour le VERN45, l'éprouvette à 35% doit valider les critères mentionnés dans le chapitre 3 afin de la considérer représentative d'un béton réel. L'isotropie doit être vérifiée pour se rapprocher du cas d'un béton réel. On vérifie ce critère en traçant le covariogramme de l'ensemble dans trois directions 0° , 60° et 90° . La figure 4.30 montre que les propriétés requises pour l'isotropie sont validées pour cette éprouvette.

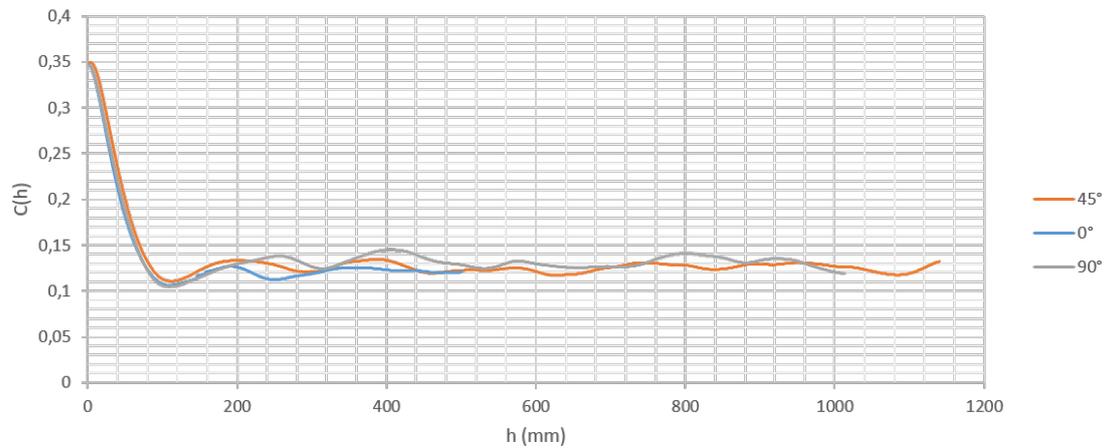


FIGURE 4.30 – Covariogramme dans les trois directions $\theta = 0^\circ, 60^\circ$ et 90° afin de vérifier l'isotropie de la répartition spatiale du VERN chargé à 35%

4.4.4.2 Réponse mécanique globale

Sur la figure 4.31, on compare les réponses mécaniques sous compression uniaxiale des deux VERNs ayant des fractions solides de 45% et 35% précédemment construits. L'analyse de cette réponse mécanique se fait en deux étapes :

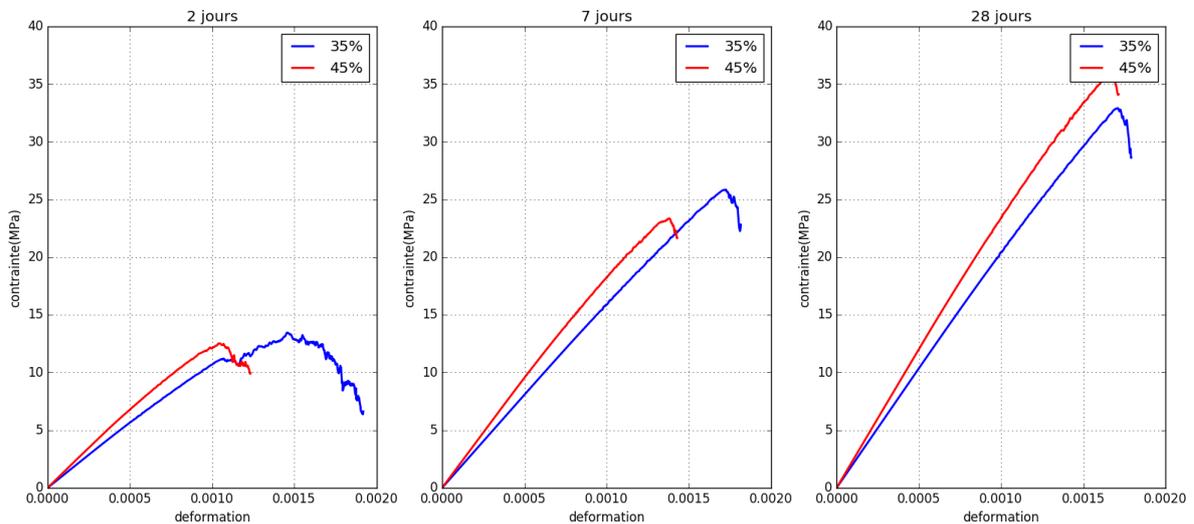


FIGURE 4.31 – Comparaison de la réponse mécanique du béton numérique pour différents temps d'hydratation pour les fractions solides de 45% et 35%

— la partie linéaire : plus la fraction solide est élevée, plus la rigidité du matériau est grande, comme le prouve le modèle de Mori-Tanaka. On mentionne que ce résultat est valide dans

le cas des granulats ayant un module élastique plus élevé que celui de la pâte.

- la résistance maximale : on trouve d'après les résultats de la figure 4.31 que la résistance maximale est plus grande pour le VER 45% à 28 jours, c'est à dire quand le matériau atteint son état durci pour lequel ses propriétés élastiques atteignent des valeurs maximales. Par contre, pour 7 et 2 jours on constate que le VER ayant la fraction solide la plus faible présente une résistance maximale plus élevée. Plusieurs paramètres peuvent intervenir pour donner ce genre de réponses, d'où la nécessité d'une analyse au cas par cas afin de mieux comprendre la phénoménologie.

4.4.4.3 Comportement pré-pic : analyse des mécanismes conduisant à la rupture

La ténacité est définie comme étant la capacité d'un matériau à résister à la propagation d'une fissure. Cette dernière, dans un matériau composite comme le béton, dépend en plus de la ténacité de ses phases, ses formes et ses propriétés ainsi que des interfaces. Dans ce paragraphe, on va interpréter les résultats par rapport à toutes ces variables. Dans la figure 4.32, on trace la réponse mécanique du VERN35, les champs de β afin de nous renseigner sur l'état de l'endommagement dans la structure à différents stades de la charge, les modes de rupture au cours de l'essai et les phases intervenant dans l'initiation de l'endommagement. Les flèches (a) et (b) montrent respectivement l'initiation de l'endommagement local dans la structure et l'endommagement effectif (le point de sortie du domaine linéaire).

Pour chaque temps d'hydratation, on compare la réponse de deux VERNs en utilisant les figures 4.31, 4.32 et 4.22 :

- A 2 jours : on constate que la réponse mécanique contrainte-déformation pour les mêmes paramètres élastiques et cohésifs dans les deux VERNs est différente du point de vue allure. En effet, le VERN45 présente une réponse plus fragile que celle du VERN35 qui a une phase d'endommagement étalée sur un intervalle de déformation plus large et présente une phase adoucissante plus marquée. La résistance maximale est légèrement supérieure dans le VERN35, là où on a une fraction solide moindre donc moins d'interfaces pâte/granat dans le milieu. D'autre part, en comparant les visualisations (b) qui correspondent au niveau de l'endommagement effectif pour les deux VERNs, on remarque que l'endommagement a été initié dans la pâte du VERN35, qui n'est pas le cas du VERN45. ne présente de l'endommagement qu'au niveau des interfaces pâte/granat.
- A 7 et 28 jours : ces deux temps d'hydratation présentent de moins en moins d'endommagement au niveau de la pâte par rapport à l'échantillon de 2 jours d'hydratation, ce qui peut expliquer l'allure différente de la courbe à 2 jours. Cette constatation renforce également l'hypothèse du fait que ce type de comportement est lié à un endommagement plus présent dans la pâte ou plutôt à la participation de la pâte dans les mécanismes de l'endommagement.

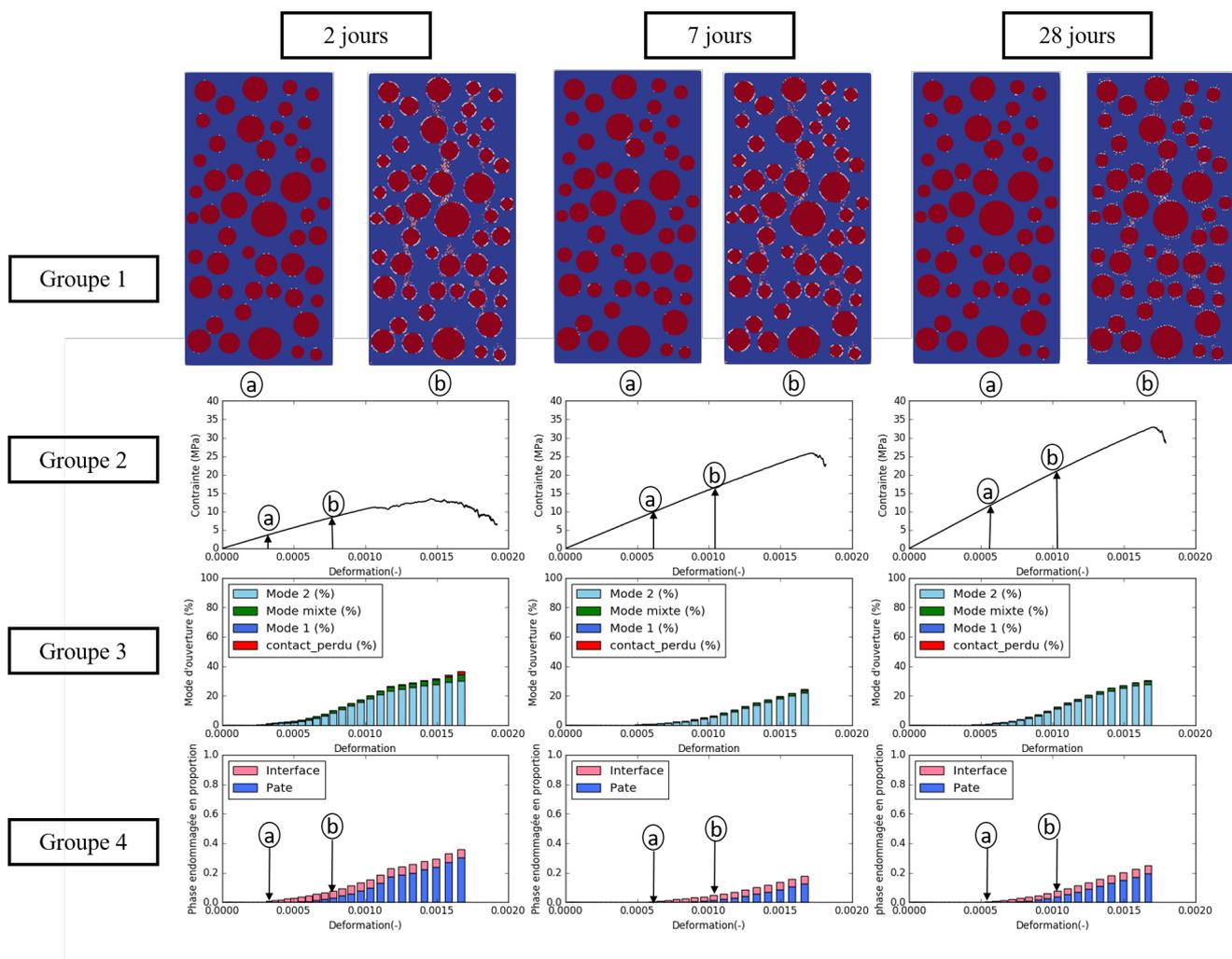


FIGURE 4.32 – Mécanismes d'endommagement et modes de rupture des VERNs testés en compression uniaxiale pour les temps d'hydratation 2, 7 et 28 jours respectivement.

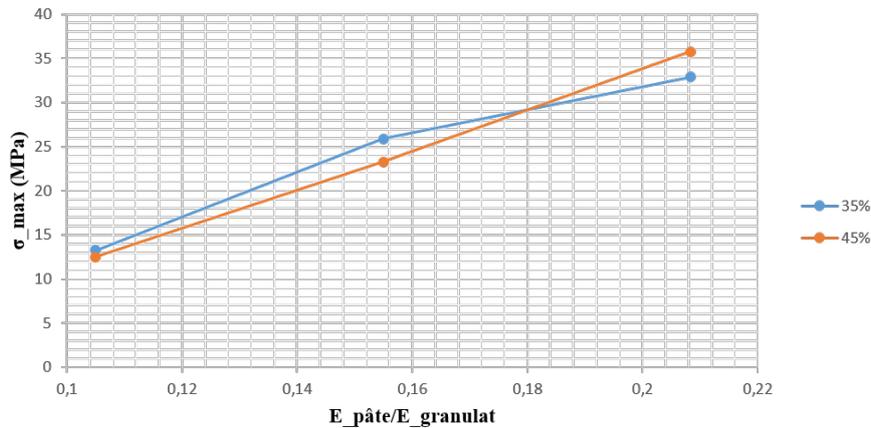


FIGURE 4.33 – Évolution de la résistance maximale des bétons numériques 45 % et 35 % pour différents rapports $\frac{E_p}{E_g}$

Le tableau 4.10 montre la phase linéaire est plus grande dans le cas du VERN35. En effet, le VERN35 montre une initiation de l'endommagement effectif pour des rapport $\frac{\sigma_{ini}}{\sigma_{max}}$ plus élevé par rapport le cas de VERN45.

Temps d'hydratation (j)	$\frac{\sigma_{ini}}{\sigma_{max}}$ (%)	σ_{max} (MPa)
2	47	13.5
7	60	25.5
28	60	32

TABLE 4.10 – Tableau résumant pour différents temps d'hydratation les valeurs de résistance maximale et le rapport en % de $\frac{\sigma_{ini}}{\sigma_{max}}$ pour un VER de 35 % en fraction solide.

Le pourcentage d'endommagement atteint à la sortie de la phase linéaire pour le VERN35 (tableau 4.11) est plus élevé que celui du VERN45 (tableau 4.9). Autrement dit, dans le cas du VERN35 il a fallu atteindre un niveau d'endommagement plus élevé pour marquer la sortie du domaine linéaire. On constate, au même temps, que l'endommagement a été initié dans cette phase, ce qui n'était pas aussi remarquable pour le cas du VERN45. Bien au contraire, à la sortie du domaine linéaire, l'endommagement n'a affecté quasiment que l'interface pâte/granulat dans le VERN45. Si on récapitule, d'après le tableau 4.10 et le tableau 4.11, moins qu'il y a d'interfaces dans le milieu, plus l'endommagement est retardé. Il faut atteindre dans ce cas des niveaux d'endommagement plus élevés pour déclencher l'endommagement effectif et ceci est compris dû au fait que la fraction des interfaces est moins importante. On peut quantifier la fraction des interfaces à l'aide de la notion de la surface spécifique. La surface spécifique est définie comme étant le rapport de la surface réelle d'un objet et de son volume apparent (dans notre cas 2D, elle est égale au contour des granulat sur l'aire de l'éprouvette). Il est possible

d'évaluer la surface spécifique d'un composite contenant des particules à travers le covariogramme. Elle correspond à la pente de la première partie de la courbe du covariogramme à partir du point $C(h=0)$. Le VERN ayant une fraction solide de 35% possède une surface spécifique de 0.0031 mm^{-1} alors que celui de 45% a une surface spécifique de 0.0035 mm^{-1} . La surface spécifique donne une idée de la proportion d'interfaces que contient l'échantillon. Afin d'étudier l'influence de l'augmentation ou de la réduction des interfaces dans un milieu sur son comportement, on a procédé à ce type de calcul avec deux VERNs ayant des fractions de solides différentes. L'étude d'influence de ce paramètre seul s'avère un peu difficile avec cet exemple compte tenu de, la présence de plusieurs autres paramètres qui peuvent intervenir, comme la quantité de matrice dans le matériau.

Temps d'hydratation (j)	Endommagement atteint à la sortie de la phase linéaire (%)	Endommagement atteint au pic (%)
2	12	31.65
7	9	24.60
28	12	30

TABLE 4.11 – Pourcentage d'endommagement local et déformation à la sortie de la phase linéaire par rapport à leurs valeurs au pic (%) en fonction du temps d'hydratation

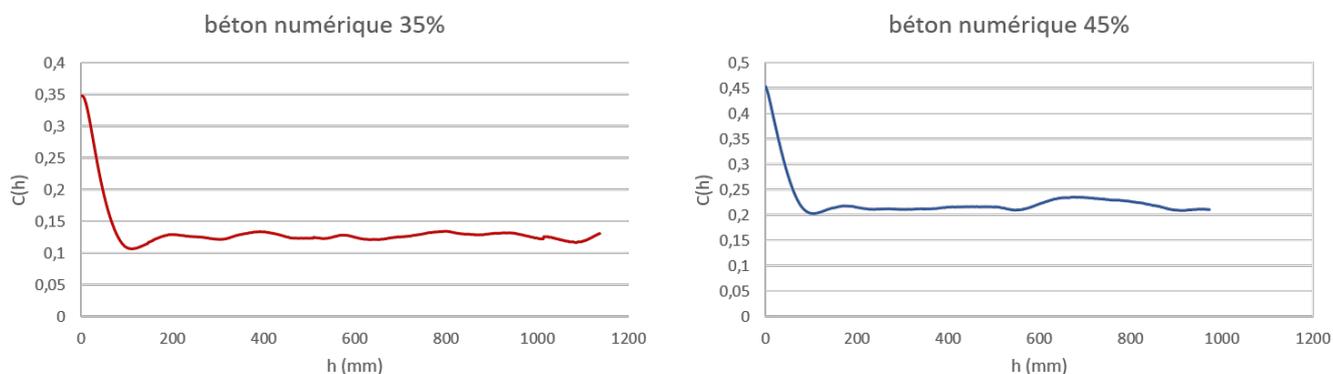


FIGURE 4.34 – Covariogrammes moyennés sur toutes les directions du VERN35 et VERN45.

4.4.4.4 Comportement post pic : analyse des faciès de rupture

Comme c'est le cas pour le VERN45, les fissures sont de moins en moins diffuses quand le temps d'hydratation de l'éprouvette augmente ; elles tendent vers une seule fissure diagonale en créant une bande de cisaillement.

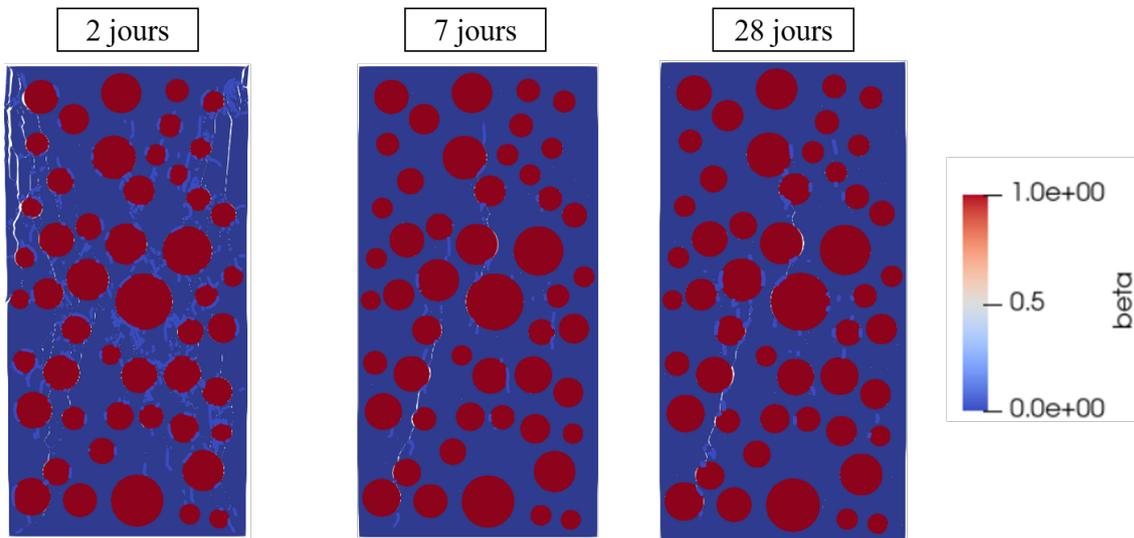


FIGURE 4.35 – Faciès de rupture des VERN35 testés en compression à différents stades d'hydratation

4.5 Conclusion

Le béton comme tout matériau cimentaire est formé de plusieurs phases dont les propriétés élastiques, les résistances mécaniques, la distribution spatiale et les fractions solides sont différentes. Cette texture complexe rend difficile la compréhension des mécanismes physiques responsables de leur comportement macroscopique et de leur fissuration. Afin d'analyser le comportement mécanique du béton en compression, il est nécessaire d'avoir une bonne connaissance des différentes étapes le menant au pic de charge. L'analyse et la modélisation du béton en phase pré-pic est rendue très compliquée par la complexité de la microstructure du matériau composée d'éléments ayant des dimensions et des caractéristiques mécaniques différentes. Les zones d'interface entre ces différents constituants ont un rôle très important dans les mécanismes responsables de l'endommagement. Dans ce chapitre, on a étudié la réponse mécanique en compression simple sur un VER de béton numérique en commençant par la validation de la réponse élastique du matériau à l'aide du modèle analytique de Mori-Tanaka ainsi que des résultats expérimentaux disponibles. Ensuite, une validation pour différents temps d'hydratation de la réponse mécanique du VER est comparée à des résultats expérimentaux. Cette validation a été complétée par une analyse des mécanismes d'endommagement, une détermination du mode de rupture principal dans un essai de compression uniaxiale et la détermination des phases participant à l'initiation de l'endommagement. Un bilan mettant en relation les paramètres locaux (cohésifs) et globaux (réponse mécanique) est alors dressé. Par la suite, une étude de la réponse mécanique du VERN pré-endommagé au niveau de l'interface a été effectuée. Enfin, une étude de l'influence de la fraction solide sur les mécanismes d'endommagement en utilisant deux VERN, ayant des fractions solides différentes, a été réalisée.

Étude de sensibilité des paramètres influents sur la réponse mécanique du béton en compression

Sommaire

5.1	Introduction	123
5.2	Étude de l'influence de la rigidité linéique de l'interface pâte/granulat sur la réponse mécanique d'un VER de béton en compression	123
5.2.1	Influence de la rigidité interfaciale sur l'initiation de l'endommagement	124
5.2.2	Influence de la rigidité interfaciale sur le mode de rupture	126
5.3	Étude par criblage des facteurs influents sur la résistance maximale en compression	127
5.3.1	Intérêt de l'étude de criblage	127
5.3.2	Paramètres faisant l'objet de l'étude de criblage	128
5.3.3	Objectif de l'étude de criblage	128
5.3.4	Choix du modèle mathématique	129
5.3.5	Choix du plan d'expériences	130
5.3.6	Analyse des résultats de l'étude de criblage	131
5.3.7	Bilan de l'étude de criblage	142

5.4 Conclusion 143

5.1 Introduction

Le modèle numérique ayant été mis en place, il nous a semblé important d'analyser la sensibilité de sa réponse (élasticité, endommagement, rupture) par rapport à ses données d'entrée. Le cas échéant cette analyse permettra de savoir, par exemple, quel est le rôle de l'ITZ dans le développement de l'endommagement d'un béton sollicité en compression. Le VER est celui défini au chapitre 3 ; il est composé de granulats et de pâte de ciment. Les granulats sont supposés élastiques, l'interface pâte de ciment/granat et la pâte de ciment ont deux comportements distincts décrits par les modèles de zone cohésive. L'étude de sensibilité porte sur les paramètres des modèles CZM, dans la pâte et à l'interface pâte/granulats. La démarche des plans d'expérience, méthode précise, rapide et efficace, est utilisée pour analyser la sensibilité par rapport aux paramètres de fissuration, de la contrainte cohésive et de l'énergie cohésive dans les deux phases (matrice cimentaire et interface pâte de ciment/granat). Cette méthode consiste à commencer par un plan de criblage afin d'identifier les effets principaux qui sont vraiment importants, puis à transformer ce plan de criblage en un plan de résolution pour pouvoir estimer les interactions entre facteurs. Le plan de criblage va donc permettre de déterminer parmi les paramètres cohésifs décrivant la pâte de ciment et l'interface ceux qui sont les plus influents sur la résistance maximale et l'initiation de la fissuration d'un béton testé en compression. En préambule une attention particulière est portée sur la conséquence du choix de modélisation dans les modèles CZM : lois extrinsèque ou intrinsèque. Quel est le rôle de la raideur interfaciale (infinie ou finie) sur l'initiation de l'endommagement et sur le mode de rupture ?

5.2 Étude de l'influence de la rigidité linéique de l'interface pâte/granat sur la réponse mécanique d'un VER de béton en compression

On réalise une étude de sensibilité par rapport aux rigidités interfaciales au niveau de l'interface pâte de ciment granulat. Dans les simulations précédentes, ce paramètre a été calibré à travers le critère de Blal [13] afin d'éviter une perte au niveau de la rigidité effective du matériau. L'idée a plutôt une explication bien claire quand on parle d'un matériau homogène où on met des CZMs partout pour étudier sa fissuration. En effet, dans le cas d'un matériau élastique endommageable, l'information élastique est portée par les éléments finis. Utiliser une loi cohésive avec une rigidité extrinsèque traduit ce principe. L'endommagement se déclenche immédiatement sans la présence d'une phase élastique où le saut de déplacement augmente jusqu'à atteindre un saut de déplacement critique. Vu la difficulté numérique d'utiliser un modèle extrinsèque, on a autorisé par la suite à travers le critère de Blal [13], un saut de déplacement très faible (voire même négligeable) ; on garde le terme "extrinsèque" pour ce critère. Cependant, l'ITZ, malgré sa faible épaisseur, est considérée comme une phase qui a son propre comportement élastique endommageable. Utiliser un modèle extrinsèque pour décrire son comportement voudrait dire que le déplacement élastique au niveau de cette interface est absent. Comme ce ne sont pas les éléments finis qui portent ces informations (cas de la pâte de ciment), on a utilisé

des rigidités plus faibles (ayant des valeurs cent fois plus faibles que celles utilisées dans le cas extrinsèque) pour créer de la souplesse supplémentaire et autoriser un déplacement élastique au niveau de cette zone avant d'atteindre la valeur critique et ainsi déclencher l'initiation de l'endommagement. Un schéma illustratif des lois intrinsèque/extrinsèque est présenté dans la figure 2.10 (chapitre 2). Les paramètres de comportement utilisés pour la simulation sont issus du chapitre 4 (tableau 4.4).

5.2.1 Influence de la rigidité interfaciale sur l'initiation de l'endommagement

La figure 5.1 permet de visualiser l'effet de la rigidité interfaciale au niveau de la liaison pâte de ciment-granulat sur l'initiation ainsi que l'évolution de l'endommagement lors d'un essai de compression. Les différentes visualisations correspondent à différents stades de l'essai notés par S_i . Ils sont également marqués sur la courbe contrainte-déformation afin de lier chaque visualisation à son niveau correspondant sur la réponse mécanique. Pour les stades de S_1 à S_4 , les visualisations ont été prises pour deux intervalles de β (intensité d'adhésion, définie dans le chapitre 2). Dans le premier intervalle β , correspond aux valeurs de 0 à 0.7, c'est à dire un endommagement au niveau de l'interface EF/EF (EF : éléments finis) supérieur ou égal à 30%. Le deuxième intervalle correspond aux valeurs de β de 0 à 0.2, c'est à dire une interface EF/EF endommagée à 80% ou plus. Ce choix a été fait afin de distinguer les interfaces les plus endommagées (contact cassé ou presque) de celles qui le sont moins.

- stade 1 (S1) : on constate que l'initiation d'endommagement n'est pas la même dans les deux cas. En effet, dans le cas extrinsèque, l'endommagement s'initie au niveau de l'interface pâte de ciment/granulat, alors qu'il est initié dans la pâte de ciment en premier lieu pour le cas intrinsèque.
- stade 2 (S2) : à ce niveau, on remarque aussi que la différence entre les deux cas va au delà de l'initiation de l'endommagement. En effet, dans le cas extrinsèque, l'endommagement, initié au niveau de l'interface, continue sa propagation en contournant les granulats tout en essayant d'évoluer dans un sens parallèle au chargement. alors que dans le cas d'une rigidité interfaciale intrinsèque l'endommagement se propage dans la pâte (plus précisément dans la zone intergranulaire) en suivant une direction perpendiculaire au chargement.
- Stade 3 (S3) : à ce stade ci, les images avec l'intervalle de β dans $[0; 0.7]$ montrent un endommagement plus diffus dans le matériau. La séparation des images selon les intervalles β permet de montrer que les contacts endommagés de plus que 80% appartiennent presque tous à l'interface pâte/granulat dans le cas avec la rigidité interfaciale extrinsèque, alors qu'ils appartiennent à la pâte dans le deuxième cas.
- Stade 5 (S5) : à ce stade, seuls les contacts ayant des valeurs de $\beta = 0$ (surface totale endommagée) sont présentés. Les deux faciès de rupture sont semblables ayant la forme d'un cône malgré une initiation différente suivant les deux cas de rigidités utilisées.

On constate que le choix du modèle extrinsèque ou intrinsèque est déterminant concernant l'initiation de l'endommagement.

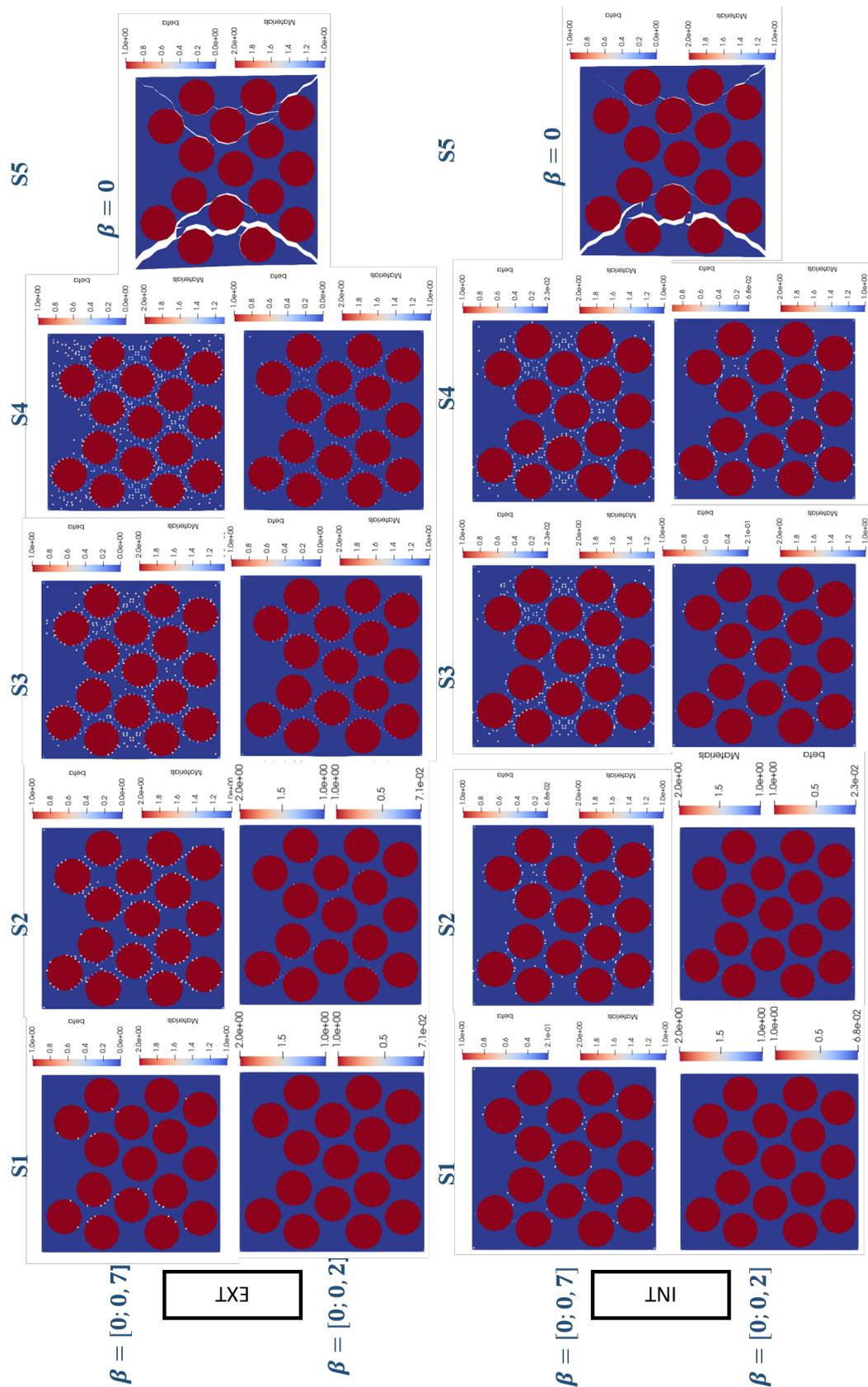


FIGURE 5.1 – Suivi de l'évolution de l'endommagement ainsi que des faciès de rupture à travers les valeurs de β dans le cas d'une très grande valeur de rigidité interfaciale (EXT) et une autre cent fois inférieure (INT).

5.2.2 Influence de la rigidité interfaciale sur le mode de rupture

Au delà de la localisation de l'initiation de l'endommagement, il est aussi intéressant d'observer si les valeurs de rigidités interfaciales influencent le mode de rupture du béton en compression.

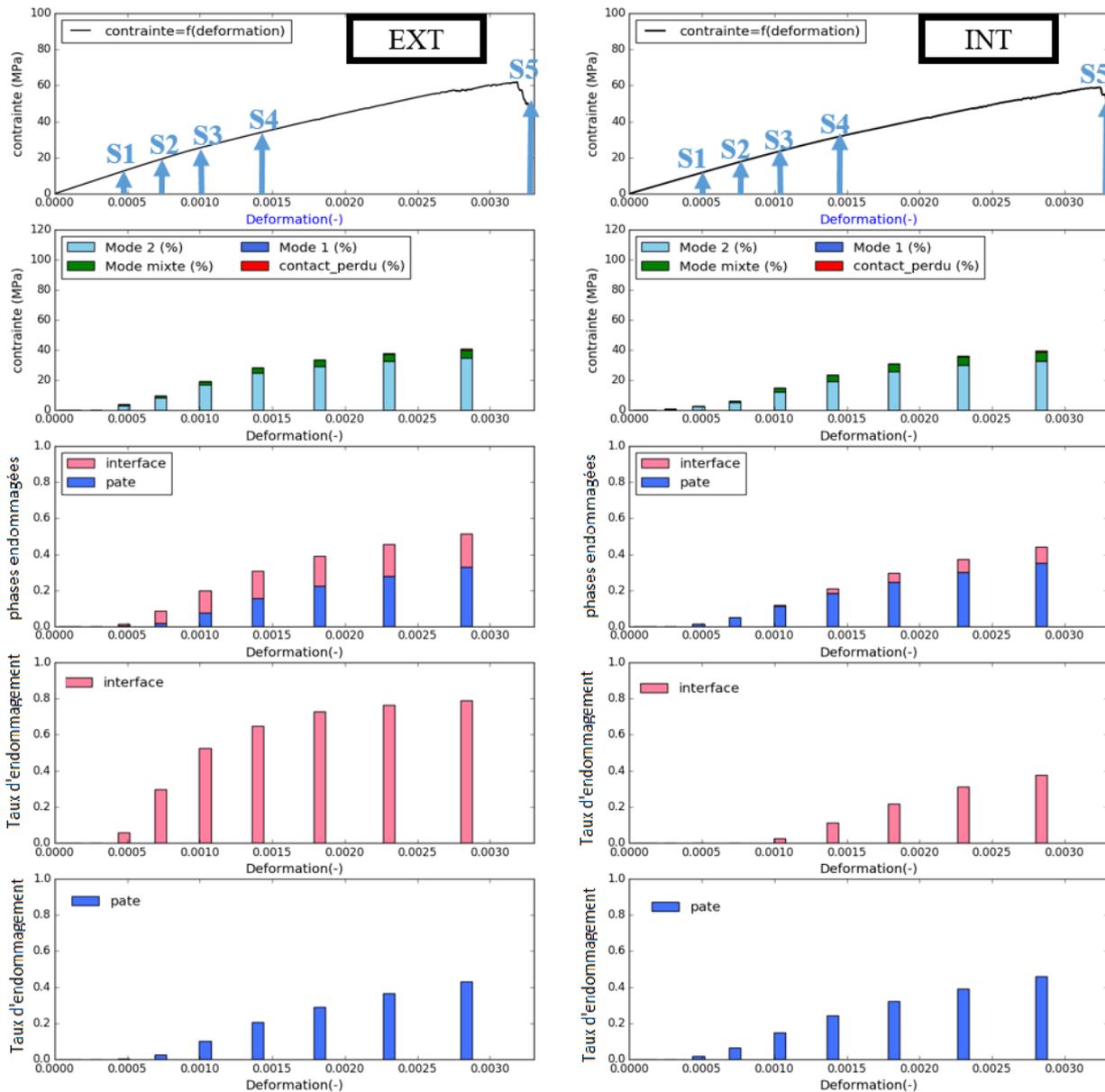


FIGURE 5.2 – Du haut vers le bas : réponse globale du matériau, mode de rupture principal et phases contribuant à l'initiation de l'endommagement dans le cas extrinsèque (gauche) et intrinsèque (droite).

Dans la figure 5.2 sont regroupés un ensemble de graphes permettant, dans les deux essais, de donner les différents modes de rupture au cours de l'essai. Dans les deux cas, on constate que le mode principal de la rupture est le mode II. Il est aussi le mode responsable de l'initiation de l'endommagement. Le choix du modèle intrinsèque ou extrinsèque n'a pas d'influence concernant le mode de rupture, qui est toujours en mode II, quelle que soit sa localisation. Les trois derniers couples d'histogrammes dans la figure 5.2 permettent de confirmer les résultats de la figure 5.1 en ce qui concerne la phase où l'endommagement s'initie en premier lieu. Ils permettent également de quantifier la contribution de chacune des phases dans l'endommagement global pour chaque cas de rigidité interfaciale ainsi que la proportion endommagée de chacune des phases. Dans le cas intrinsèque, on constate une contribution plus faible de la part de l'interface pâte de ciment/granulat dans l'endommagement global (premier couple d'histogrammes). Ce résultat s'explique, dans le couple d'histogramme suivant, en comparant l'état d'endommagement atteint à l'interface pour chaque cas. Pour le cas extrinsèque, au niveau pré-pic, l'interface est à 80% endommagée. Le dernier couple d'histogrammes montre que la quantité de pâte endommagée est la même dans les deux cas.

5.3 Étude par criblage des facteurs influents sur la résistance maximale en compression

L'étude de sensibilité par rapport au type de modèle (extrinsèque/intrinsèque) étant faite, il a semblé important de considérer ces 2 cas de figures dans la suite de l'étude. L'étude de sensibilité va être réalisée pour les 2 cas de figures. Ces études de sensibilité vont concerner les paramètres cohésifs : l'énergie cohésive et la contrainte cohésive. Le nombre important de paramètres à prendre en compte a conduit à utiliser une démarche de plan d'expériences.

5.3.1 Intérêt de l'étude de criblage

Le criblage, connu également sous sa nomination anglo-saxonne de "screening", permet d'étudier des phénomènes très complexes dans lesquels les modèles de grandes dimensions, sont associés à l'utilisation de codes de calcul, lourds et coûteux en temps. Son objectif est d'étudier l'espace des paramètres d'entrée d'un modèle de comportement pour identifier les paramètres réellement influents et réduire de ce fait l'espace paramétrique du modèle. Son intérêt se résume dans sa capacité à apporter des réponses aux questions suivantes :

- Parmi tous les facteurs susceptibles de participer au phénomène étudié, lesquels ont une influence significative ?
- Que vaut cette influence ?
- Existe-t-il des interactions entre les paramètres ?
A priori, les paramètres d'entrée sont considérés comme indépendants, hypothèse validée ou non en fin de modélisation.

5.3.2 Paramètres faisant l'objet de l'étude de criblage

Les paramètres faisant l'objet de l'étude de criblage sont les paramètres cohésifs (contrainte cohésive et énergie cohésive) de la matrice cimentaire et de l'interface pâte de ciment/granulat pour les deux modes de rupture I et II. Au total, le criblage sera réalisé sur huit paramètres. Dans le tableau 5.1, les paramètres physiques sont présentés ainsi que les dénominations (facteurs) affectées à chacun d'entre eux dans le plan d'expérience :

	Mode I		Mode II	
	Pâte de ciment (matrice)			
Énergie cohésive (J/m^2)	w_{1p}	X_1	w_{2p}	X_3
Contrainte cohésive (MPa)	σ_{1p}^{coh}	X_5	σ_{2p}^{coh}	X_7
	interface pâte de ciment/granulat			
Énergie cohésive (J/m^2)	w_{1i}	X_2	w_{2i}	X_4
Contrainte cohésive (MPa)	σ_{1i}^{coh}	X_6	σ_{2i}^{coh}	X_8

TABLE 5.1 – Paramètres faisant l'objet de l'étude de criblage. Les X_i sont les facteurs correspondants à chaque paramètre cohésif dans l'étude de criblage.

Le criblage des facteurs consiste à distinguer, parmi ces derniers, ceux qui sont potentiellement influents sur la résistance maximale du matériau ainsi que sur l'initiation de son endommagement. Dans le tableau 5.2, on trouve les intervalles de variations de chacun de ces paramètres. On appelle "niveau" la valeur donnée à un facteur. Dans un intervalle, comme c'est le cas ici, la

Les paramètres d'entrée		Les domaines de variation
Énergies cohésives (J/m^2)	w_{1p}, w_{1i}	[6.50; 16.50]
	w_{2p}, w_{2i}	[98; 177]
Contraintes cohésives (MPa)	σ_{1p}, σ_{1i}	[1.95; 5.20]
	σ_{2p}, σ_{2i}	[3; 10]

TABLE 5.2 – Intervalles des paramètres de l'étude de criblage.

variation de chacun des facteurs est limitée entre deux bornes. La borne inférieure et la borne supérieure sont définies respectivement "niveau bas" et "niveau haut".

5.3.3 Objectif de l'étude de criblage

L'objectif de l'étude de criblage est de chercher parmi les paramètres d'entrée (les facteurs) ceux qui permettent de maximiser la valeur de la résistance du VER et ceux qui permettent de

retarder la sortie du domaine linéaire de la réponse contrainte-déformation. Ce dernier paramètre étant défini dans le chapitre 4 sous le nom endommagement effectif. Dans cette étude, on va utiliser une valeur adimensionnée définie comme étant le rapport entre la contrainte pour laquelle l'endommagement effectif s'initie et la contrainte maximale. Vu que ce rapport permet de donner une information liée à l'endommagement, on va utiliser l'expression "endommagement" dans la suite du travail.

Les sorties		Les objectifs
Résistance maximale (MPa)	σ_{max}	À maximiser
Endommagement effectif	$\frac{\sigma_{iniendo}}{\sigma_{max}}$	À maximiser

TABLE 5.3 – Objectifs de l'étude de criblage

5.3.4 Choix du modèle mathématique

Le type de modèle mathématique décrivant la relation entre la réponse et les facteurs doit être choisi. Étant inconnu dans notre cas, il est écrit sous une formulation générale. Pour chaque expérience réalisée, on a la relation entre le point x^i de \mathbb{R} et la réponse $y(x^i)$ suivante :

$$y(x^i) = f(x^i) + \varepsilon(x^i) \tag{5.1}$$

avec ε l'erreur expérimentale. Cette erreur est nulle dans notre cas, car nos expériences sont numériques et il n'y a pas de facteurs extérieurs qui peuvent affecter la réponse comme la température, le taux d'humidité, ... Il existe plusieurs modèles permettant de décrire explicitement la relation entre la réponse et les facteurs. Brièvement, on les classe en deux types de modèles : modèle de premier degré (ou linéaire) et modèle du second degré (ou quadratique). Pour plus de détails, on peut consulter les références suivantes [114, 45]. Le choix d'un modèle ou d'un autre se fait selon l'ensemble d'informations dont on dispose sur les paramètres et leur interactions. En prenant comme hypothèse l'absence d'interactions entre les facteurs, on a choisi un modèle linéaire sans interaction. Il s'écrit sous la forme suivante :

$$y = b_0 + \sum_{k=1}^p x_k \cdot b_k \tag{5.2}$$

où la constante polynomiale b_0 est appelée "effet moyen" ; c'est la réponse théorique au centre du domaine. Les coefficients b_k ($k = 1..p$) sont liés aux effets linéaires. Au total, le modèle comporte $p+1$ coefficients inconnus à déterminer. Sous une forme matricielle le modèle s'écrit :

$$Y = X \cdot B \tag{5.3}$$

avec X la matrice d'expériences de n lignes (nombre d'expériences) et de $p+1$ colonnes (nombre de coefficients). Elle est constituée par les coordonnées des points du plan d'expériences et prend cette forme :

$$X = \begin{pmatrix} x_0^{(1)} & \dots & x_p^{(1)} \\ x_0^{(2)} & \dots & x_p^{(2)} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_0^{(N)} & \dots & x_p^{(N)} \end{pmatrix} \tag{5.4}$$

Y est le vecteur de l'ensemble des réponses pour les n expériences :

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_N \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

et B le vecteur de l'ensemble des coefficients :

$$B = \begin{pmatrix} b_0 \\ \dots \\ b_p \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

Une fois le modèle défini, l'étape suivante consiste à déterminer la "meilleure" estimation de B . Il s'agit de la recherche de \hat{B} de façon à ce que le vecteur des réponses expérimentales Y (expérience numérique dans notre cas) et le vecteur des réponses moyennes prédites \hat{Y} (équation 5.7) soient les "plus proches" possibles.

$$\hat{Y} = X.\hat{B} \quad (5.7)$$

Grâce à la méthode des moindres carrés, on estime le vecteur \hat{B} qui permet de minimiser l'équation suivante :

$$\|Y - X.\hat{B}\|^2 = \|Y - \hat{Y}\|^2 = \sum_{i=1}^N (Y_i - \hat{Y}_i)^2. \quad (5.8)$$

Cette quantité correspond à la somme des carrés des erreurs entre les réponses expérimentales Y_i et les réponses moyennes prédites \hat{Y}_i . Pratiquement et du point de vue matriciel, l'estimateur des moindres carrés de B vaut :

$$\hat{B} = ({}^tXX)^{-1} {}^tXY \quad (5.9)$$

avec :

$$({}^tXX) = N.I_N \quad (5.10)$$

où $({}^tXX)$ est la matrice d'information, tX la transposée de la matrice X , N le nombre d'expériences et I_N la matrice identité.

5.3.5 Choix du plan d'expériences

Il existe plusieurs types de plans d'expérience dans la littérature avec chacun ses avantages et inconvénients. Le plan d'expérience permet de donner le nombre d'expériences à réaliser afin d'assurer l'étude de criblage. Dans ce travail, on a recours au plan de Plackett et Burman [97], car il garantit d'une part, un nombre optimal d'expériences (dans le sens où le nombre d'expériences est proche du nombre de facteurs [24] et donc le coût optimal en terme de temps de calcul) et d'autre part un nombre minimal de niveaux. En effet, Plackett et Burman utilisent les matrices d'Hadamard pour la construction du plan d'expérience. Les matrices d'Hadamard sont des matrices à colonnes orthogonales composées de deux niveaux [-1 ; +1]. Ces deux niveaux

correspondent aux bornes supérieure et inférieure à chacun des facteurs présentés par le tableau 5.2. On a utilisé le logiciel NemrodW [90] dans la construction et l'analyse de ce plan d'expériences. On résume dans le tableau 5.4 les données liées au plan d'expérience. Il faut préciser que le nombre total N des expériences comprend le nombre d'expériences concernant l'étude de criblage qui est N = 12 auquel on a rajouté 3 expériences pour tester le modèle.

Objectif de l'étude	Étude de criblage
Nombre de variables : p	8
Nombre d'expériences : N	15
Nombre de réponses Y	2

TABLE 5.4 – Paramètres de l'étude de criblage

5.3.6 Analyse des résultats de l'étude de criblage

L'analyse des résultats de l'étude de criblage commence d'abord par la vérification de la qualité de l'ajustement du modèle. On peut réaliser ceci à travers l'analyse de la variance. Pour ceci, on aura besoin également de certaines grandeurs comme la réponse moyenne expérimentale \bar{Y} donnée par :

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{N} \tag{5.11}$$

5.3.6.1 Étude de criblage dans le cas d'une rigidité interfaciale pâte/granulat extrinsèque

Dans l'objectif de déterminer les paramètres influents sur la réponse mécanique en compression (la résistance maximale et l'endommagement (paragraphe 5.3.3)) on commence par étudier la réponse du modèle par rapport à la réponse expérimentale pour chacun des objectifs afin de vérifier la justesse du modèle. Une fois que c'est fait, on cherche l'ensemble des facteurs influents répondant aux objectifs.

Réponse	Minimum	Maximum	Moyenne	Centre
σ_{max} (MPa)	21.600	45.740	33.699	33.670

TABLE 5.5 – Les réponses expérimentales maximale, minimale, leur moyenne ainsi que le centre, par rapport à l'objectif Y1 de l'étude de criblage-cas extrinsèque.

Réponse	Minimum	Maximum	Moyenne	Centre
$\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$ (-)	0.130	0.380	0.215	0.255

TABLE 5.6 – Les réponses expérimentales maximale, minimale, leur moyenne ainsi que le centre, par rapport à l'objectif Y2 de l'étude de criblage-cas extrinsèque.

Plusieurs moyens permettent de vérifier la significativité d'un modèle. On peut par exemple travailler sur le coefficient de corrélation linéaire, l'analyse de la variance, l'analyse de la courbe $f(Y_{calculé})$ ou encore l'analyse de la droite de Henry.

Analyse de la variance : « D'une façon générale, en matière de régression, le principe de l'analyse de la variance est de subdiviser la variation totale en une composante factorielle relative à l'équation de régression ou au modèle utilisé, et une composante résiduelle, la première devant être testée par rapport à la deuxième. » [29].

Dans cette analyse différentes variables telles que "SSR (somme des carrés de la réponse ajustée), SSE (somme des erreurs au carré), SST (somme des carrés de la réponse observée)" sont définies :

$$SSR = \sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad (5.12)$$

$$SSE = \sum_{i=1}^N (\varepsilon^i)^2 \quad (5.13)$$

$$SST = \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2 \quad (5.14)$$

Ces trois variables respectent cette relation :

$$SST = SSR + SSE \quad (5.15)$$

Les résultats par rapport $Y1(\sigma_{max})$ et $Y2(\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}})$ sont donnés respectivement dans les tableaux suivant :

Source de variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Source de variation	Carré moyen	Rapport
SSR	479.46	8	MSR	59.93	3.33
SSE	53.93	3	MSE	17.97	
SST	533.39	11			

TABLE 5.7 – Analyse de la variance de la réponse Y1 dans l'étude de criblage -cas extrinsèque.

Source de variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Source de variation	Carré moyen	Rapport
SSR	0.089	8	MSR	0.011	3.093
SSE	0.011	3	MSE	0.003	
SST	0.100	11			

TABLE 5.8 – Analyse de la variance de la réponse Y2 dans l'étude de criblage -cas extrinsèque.

Si on revient aux valeurs obtenues dans les tableaux 5.7 et 5.8 pour les grandeurs définies ci-dessus (SSR, SSE et SST) ; plus la somme des carrés due aux résidus (SSE) est faible, meilleur est le modèle. En effet, d'après les deux tableaux, la somme des carrés due à l'erreur (SSE) est très faible devant la somme totale (SST). Dans ce cas, on considère que le modèle est bien ajusté. La cinquième colonne des tableaux présente les variances de la régression ainsi que celle du résidu. Elles sont calculées en divisant chaque valeur de la colonne "Somme des carrés" par

le degré de liberté correspondant. Avec les équations, on les écrit comme suit :
moyenne des carrés de la réponse ajustée :

$$MSR = \frac{SSR}{p} \tag{5.16}$$

moyenne des erreurs au carrés (variance des résidus) :

$$MSE = \frac{SSE}{n - (p + 1)} \tag{5.17}$$

Coefficient de corrélation : Le coefficient de corrélation linéaire multiple est défini comme suit :

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST}. \tag{5.18}$$

Il varie entre 0 et 1 et plus il est "proche" de 1, plus le modèle ajusté est proche du modèle expérimental et vice versa. Dans notre cas, les coefficients de corrélation sont donnés dans le tableau 5.9. Les valeurs vérifient la significativité du modèle.

Réponse	R^2	Écart-type $\sqrt{\sigma^2}$
σ_{max}	0.899	4.240
$\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$	0.892	0.060

TABLE 5.9 – Coefficients de corrélation et écarts types issus de l'analyse de la variance de l'étude de criblage dans le cas extrinsèque.

Régression multilinéaire : Dans le graphique 5.3, les points expérimentaux (expérience numérique) Y_{exp} sont reportés en fonction des réponses moyennes prédites à travers la méthode des moindres carrés $Y_{modèle}$.

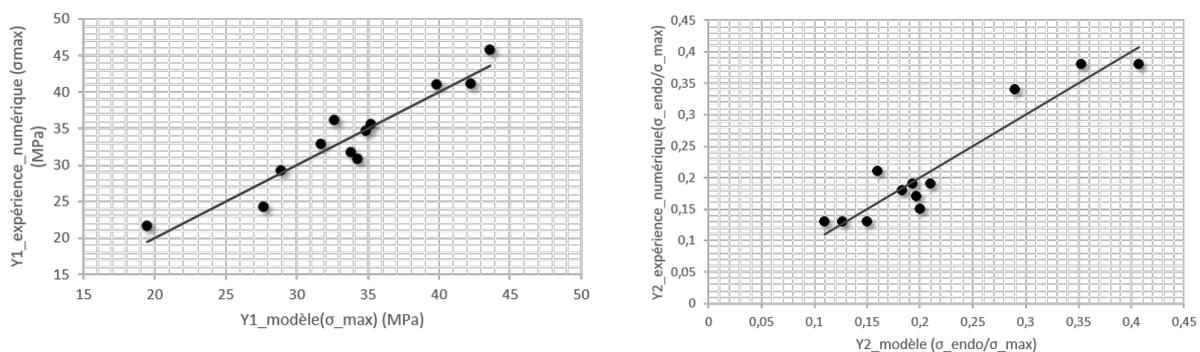


FIGURE 5.3 – Points expérimentaux (expérience numérique) et réponse du modèle à l'aide d'une régression multilinéaire (étude de criblage-cas extrinsèque) pour les deux réponses : Y1 (à gauche) et Y2 (à droite).

Analyse de la répartition des résidus : La représentation graphique des résidus de la figure 5.4 est obtenue en calculant, pour chaque point expérimental, la différence entre la réponse expérimentale et celle prédite par le modèle. Les points dans les deux cas de réponses (σ_{max} et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$) sont répartis aléatoirement.

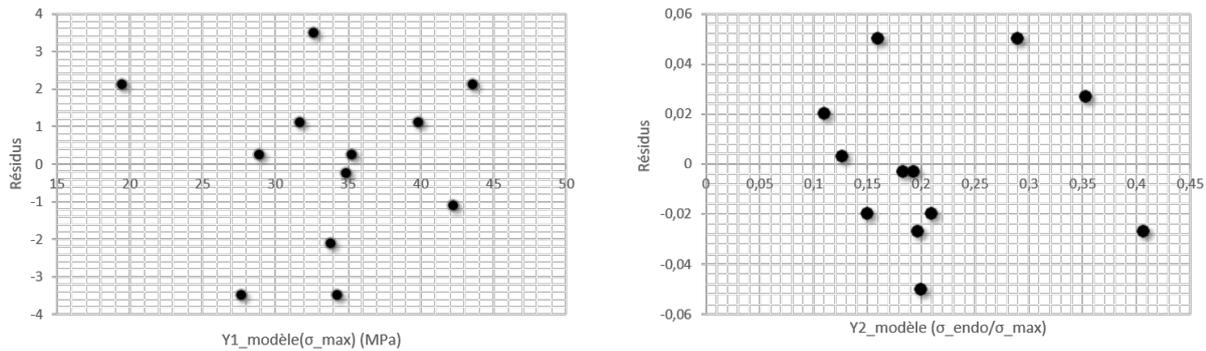


FIGURE 5.4 – Résidus pour les deux réponses σ_{max} et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$.

On constate des points quasiment alignés sur la droite d’Henry (figure 5.5) ce qui signifie une bonne corrélation de l’erreur. Dans ce cas le modèle est dit significatif.

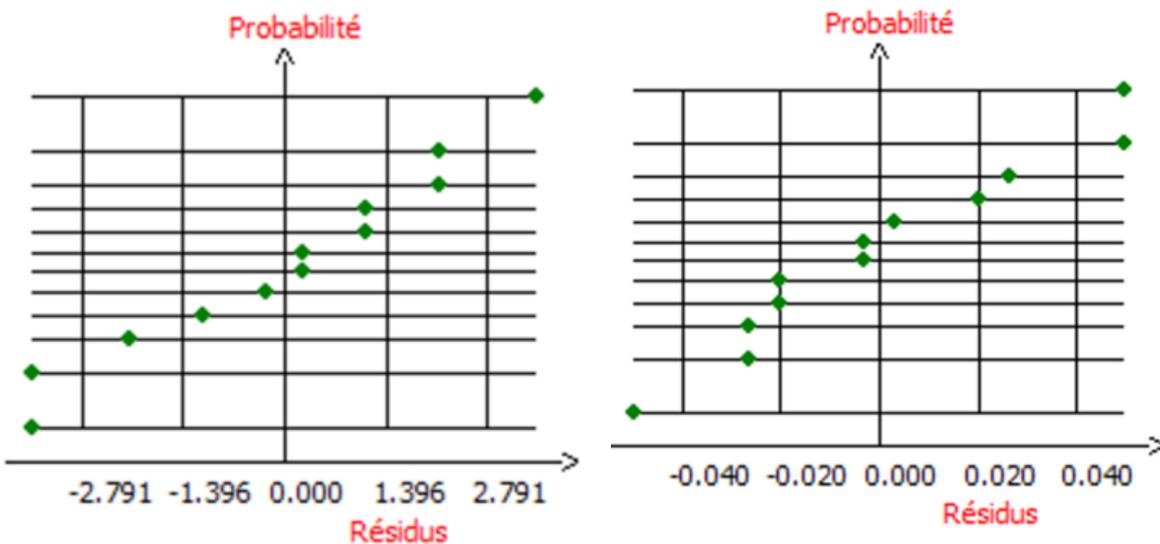


FIGURE 5.5 – Les droites de Henry pour les deux réponses σ_{max} et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$.

"La p-valeur, est la probabilité pour un modèle statistique donné sous l’hypothèse nulle d’obtenir la même valeur ou une valeur encore plus extrême que celle observée. La p-valeur est utilisée pour quantifier la significativité statistique d’un résultat dans le cadre d’une hypothèse nulle. L’idée générale est de déterminer si l’hypothèse nulle est ou n’est pas vérifiée car dans

Coefficient	Estimation	Signif. % (p-value)	Coefficient	Estimation	Signif. % (p-value)
b_0	33.699	0.0105**	b_0	0.215	0.114**
b_1	1.863	22.5	b_1	0.010	60.5
b_2	1.476	31.4	b_2	-0.028	20.1
b_3	-0.023	98.6	b_3	-0.023	27.2
b_4	1.591	28.5	b_4	0.012	55.0
b_5	0.674	62.0	b_5	0.018	36.9
b_6	0.998	47.5	b_6	-0.028	20.1
b_7	4.572	3.34*	b_7	0.037	12.5
b_8	3.069	8.7	b_8	0.058	4.38*

TABLE 5.10 – Valeurs des coefficients identifiés à l’issue du criblage et leur significativité (pour chacune des réponses σ_{max} (gauche) et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$ (droite))

le cas où elle le serait, le résultat observé serait fortement improbable. Il s’agit à ce titre d’une extension du principe de preuve par l’absurde. Un résultat statistiquement significatif est un résultat qui serait improbable si l’hypothèse nulle (qui représente en général la norme) était vérifiée."

Le tableau 5.10 présente les valeurs identifiées par la technique de criblage pour chacune des réponses σ_{max} et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$. Afin de donner la significativité de ces valeurs, les coefficients ayant une "p-valeur" inférieure à la valeur de l’écart-type sont marqués par des étoiles. Ces coefficients sont alors considérés comme significatifs. Ils sont classés comme suit :

— Concernant la résistance maximale σ_{max} :

1. l’effet très hautement significatif est porté par l’effet moyen général (b_0).
2. l’effet linéaire lié à la contrainte cohésive en cisaillement (mode II) dans la pâte (b_7) est l’effet prédominant.

— Concernant l’initiation de l’endommagement $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$:

1. l’effet très hautement significatif est porté par l’effet moyen général (b_0).
2. l’effet linéaire lié à la contrainte cohésive en cisaillement (mode II) à l’interface pâte de ciment/granulat (b_8) est le plus influent.

Ces résultats sont confirmés dans le diagramme des effets linéaires présenté dans la figure 5.6. La droite verticale en trait pointillé dans ce diagramme correspond à l’écart-type de chacune des réponses. Seuls les coefficients dépassant cette valeur, leurs facteurs associés sont considérés comme influents sur la réponse. En prenant en compte le signe de chacun des effets sur l’histogramme, on peut conclure si l’influence du facteur correspondant se fait dans le même sens que la réponse en question ou l’inverse. En effet, dans ce plan d’expérience, tous les effets significatifs influent de manière positive sur la réponse, que ce soit le cas de la maximisation de la résistance maximale ou le retard l’initiation de l’endommagement.

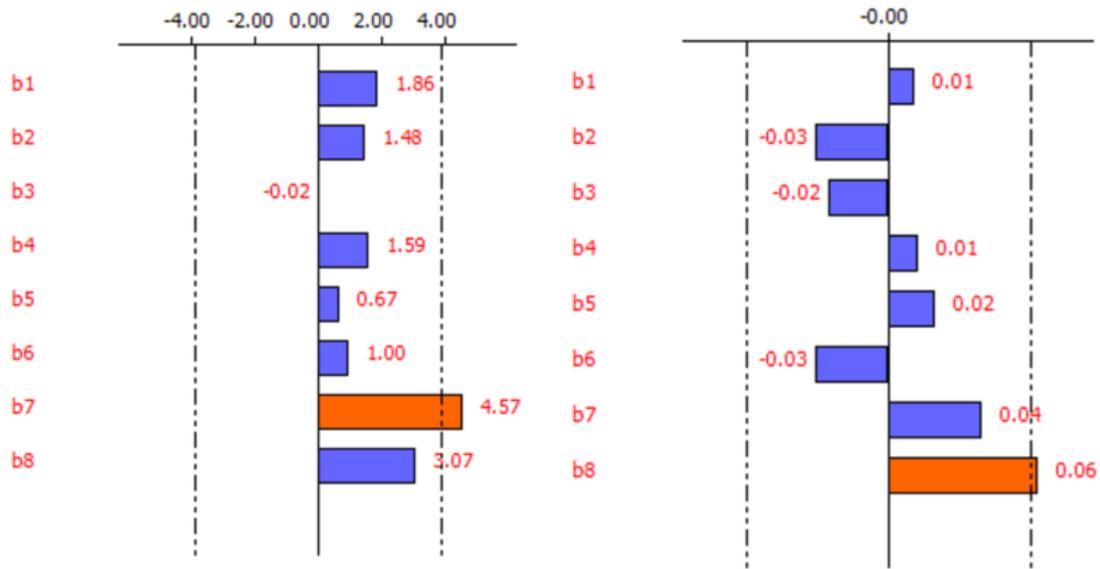


FIGURE 5.6 – Digrammes des effets linéaires de la réponse σ_{max} (gauche) et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$ (droite).

Le diagramme de Pareto permet de classer les coefficients par ordre de valeur absolue.

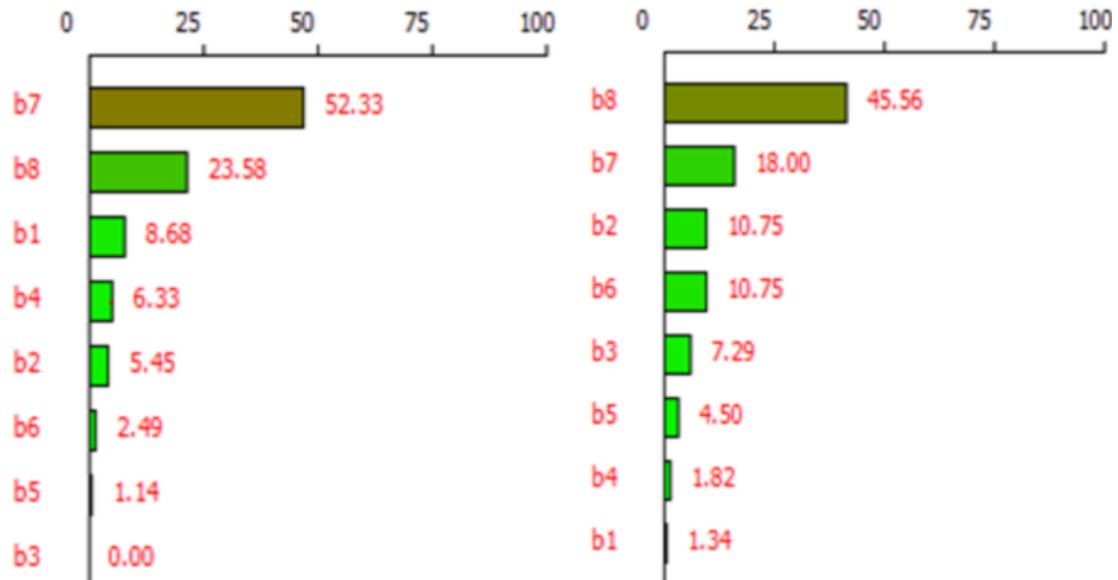


FIGURE 5.7 – Diagrammes des effets Pareto individuels respectivement pour les réponses σ_{max} et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$

Le graphe d'effets cumulés présente le cumul des effets sous forme d'histogramme (figure 5.8). Ce graphe présente autant de barres qu'il y a des effets étudiés. Ils sont classés selon leurs effets des plus importants au moins importants.

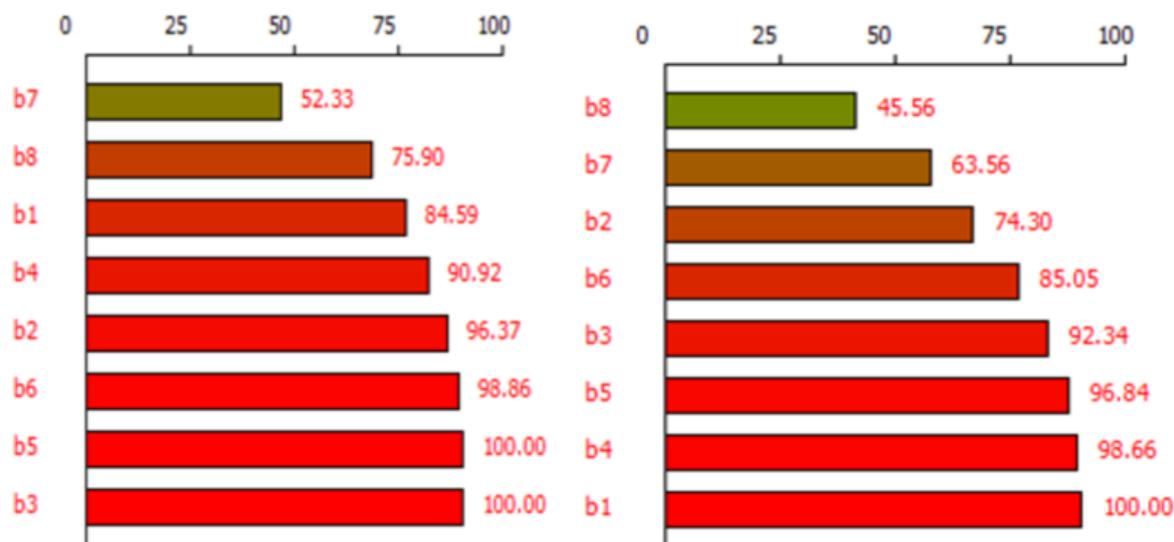


FIGURE 5.8 – Graphe des effets Pareto cumulés pour les réponses σ_{max} et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$

5.3.6.2 Étude de criblage dans le cas d’une rigidité interfaciale pâte/granulat intrinsèque

Dans ce paragraphe, on réalise une étude de criblage des paramètres influents sur la réponse mécanique du béton : la résistance maximale et l’endommagement dans le cas d’une interface pâte de ciment/granulat intrinsèque (dans cette étude, cette rigidité est cent fois inférieure à celle du cas dit extrinsèque) . Les tableaux 5.11 et 5.12 permettent de donner les réponses maximale, minimale, moyenne et centrale pour chacun des objectifs σ_{max} et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$.

Réponse	Minimum	Maximum	Moyenne	Centre
σ_{max}	21.600	45.740	33.699	33.670

TABLE 5.11 – Les réponses expérimentales maximale, minimale, leur moyenne ainsi que le centre, par rapport à l’objectif Y1 de l’étude de criblage-cas intrinsèque.

Réponse	Minimum	Maximum	Moyenne	Centre
$\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$	0.08	0.28	0.178	0.18

TABLE 5.12 – Les réponses expérimentales maximale, minimale, leur moyenne ainsi que le centre, par rapport à l’objectif Y2 de l’étude de criblage-cas intrinsèque.

Comme c’est le cas pour la précédente étude de criblage, on vérifie à travers l’analyse de la variance , du coefficient de corrélation, etc, la justesse du modèle avant de passer à l’analyse des résultats.

Analyse de la variance : La somme des carrés due à l’erreur associée au deux réponses est négligeable devant la somme des carrés de la régression (tableau 5.13 et 5.14). Le modèle est donc bien ajusté.

Source de variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Source de variation	Carré moyen	Rapport
SSR	401.65	8	MSR	50.21	101.85
SSE	1.48	3	MSE	0.49	
SST	403.13	11			

TABLE 5.13 – Analyse de la variance de la réponse Y1 dans l’étude de criblage -cas intrinsèque.

Source de variation	Somme des carrés	Degrés de liberté	Source de variation	Carré moyen	Rapport
SSR	0.073	8	MSR	0.009	48.44
SSE	0.001	3	MSE	0.0002	
SST	0.074	11			

TABLE 5.14 – Analyse de la variance de la réponse Y2 dans l’étude de criblage-cas intrinsèque.

Coefficient de corrélation : Pour les deux réponses, les coefficients de corrélation sont supérieurs à 0.95, qui est considéré comme un seuil classique de validation du modèle.

Réponse	R^2	Écart-type $\sqrt{\sigma^2}$
σ_{max}	0.996	0.702
$\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$	0.992	0.014

TABLE 5.15 – Coefficients de corrélation ainsi que les écarts types pour les deux réponses de l’étude de criblage avec des rigidités intrinsèques au niveau de l’interface pâte de ciment/granulat.

Regression multilinéaire :

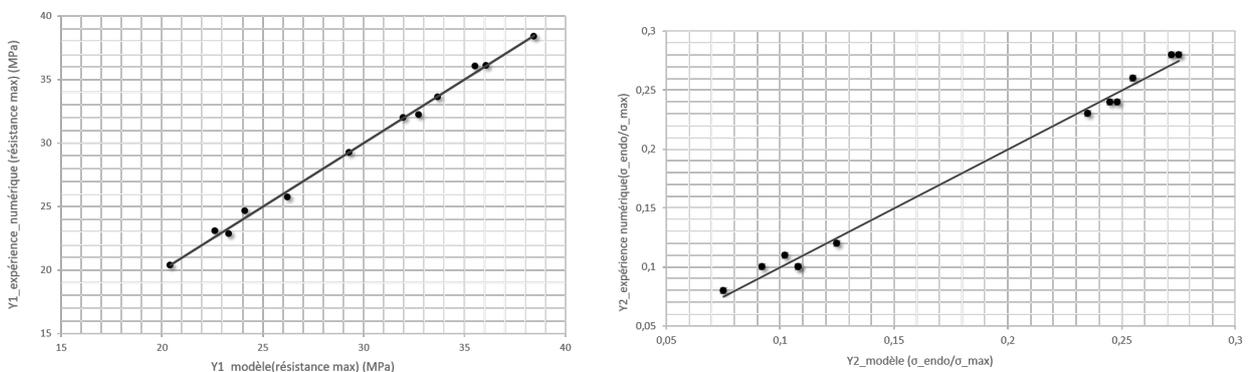


FIGURE 5.9 – Points expérimentaux (expérience numérique) et réponse du modèle (étude de criblage-cas intrinsèque) pour les deux réponses : Y1 (à gauche) et Y2 (à droite).

Analyse de la répartition des résidus : Les courbes 5.10 montrent l'évolution du résidu en fonction de la réponse du modèle ajusté. Elle présente une répartition aléatoire de l'erreur avec des valeurs toujours inférieures à la valeur de l'écart de chacune des réponses. Le modèle est bien ajusté dans ce cas.

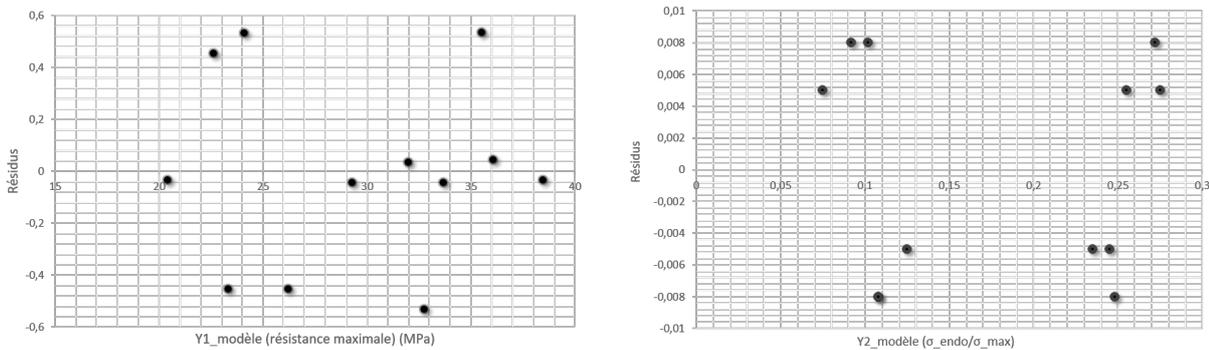


FIGURE 5.10 – Étude graphique des résidus pour les deux réponses.

On constate des points quasiment alignés sur la droite de Henry (figure 5.11) ce qui signifie une bonne corrélation de l'erreur. Dans ce cas le modèle est dit significatif.

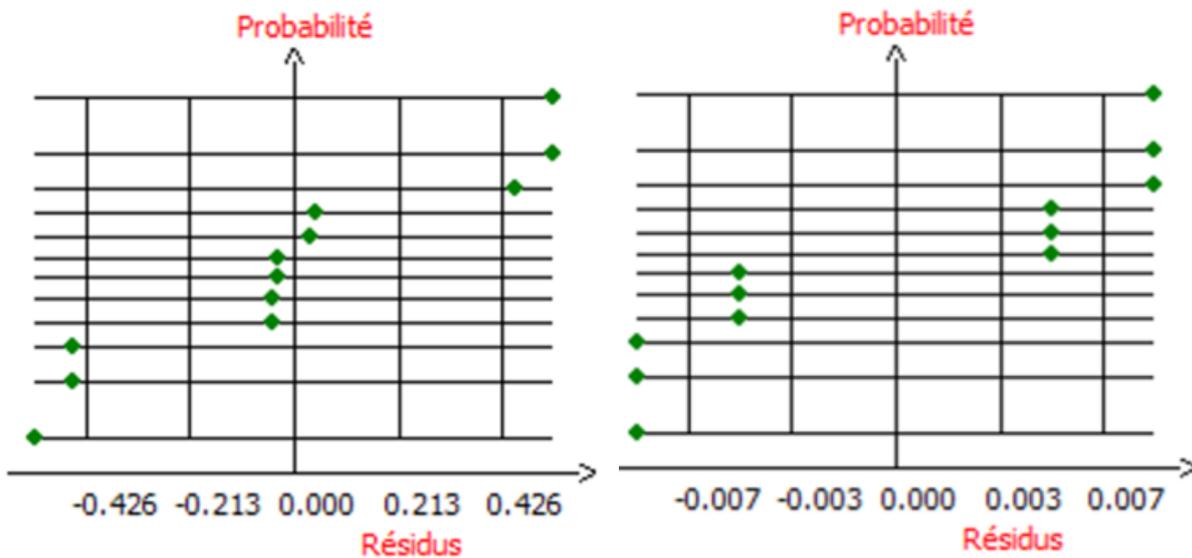


FIGURE 5.11 – Les droites de Henry pour les deux réponses.

D'après les tableaux 5.16, les effets significatifs sont classés comme suit :

— Concernant la résistance maximale σ_{max} :

1. l'effet très hautement significatif est porté par l'effet linéaire lié à la contrainte cohésive de cisaillement (mode II) dans la pâte de ciment,

Coefficient	Estimation	Signif. % (p-value)	Coefficient	Estimation	Signif. % (p-value)
b_0	29.536	<0.01**	b_0	0.178	<0.01***
b_1	0.434	12.2	b_1	-0.005	29.7
b_2	0.879	2.26*	b_2	-0.005	29.7
b_3	1.038	1.44*	b_3	-0.005	29.7
b_4	0.756	3.36*	b_4	-0.005	29.7
b_5	-0.778	3.12*	b_5	0.003	46.2
b_6	-0.181	43.8	b_6	0.003	46.2
b_7	5.206	0.0129***	b_7	0.077	0.0303***
b_8	1.768	0.317**	b_8	-0.010	8.6

TABLE 5.16 – Tableaux permettant de donner respectivement les coefficients liés au facteurs significatifs de la première réponse σ_{max} et la deuxième réponse $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$

2. l'effet moyen général ainsi que l'effet linéaire lié à la contrainte cohésive en cisaillement (mode II) à l'interface,

3. les effets linéaires liés à l'énergie de traction dans la pâte et l'énergie de cisaillement à l'interface ainsi que la contrainte de traction dans la pâte (même si leurs effets sont moins significatifs que les précédents).

— Concernant l'initiation de l'endommagement $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$, les effets les plus significatifs sont l'effet moyen général et l'effet linéaire lié à la contrainte de cisaillement (mode II) dans la pâte.

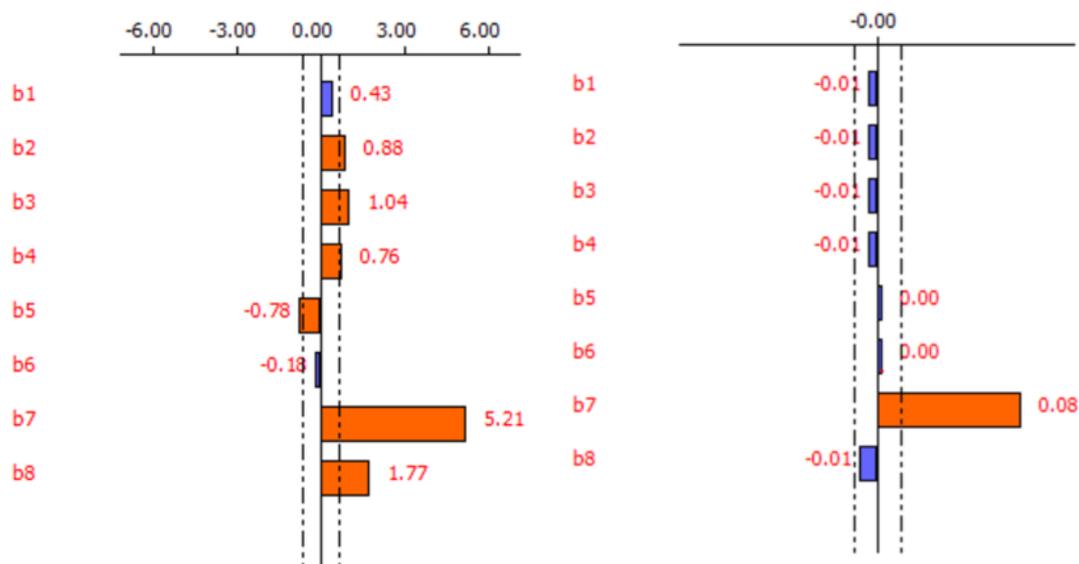


FIGURE 5.12 – Diagrammes des effets linéaires de la réponse Y1 : σ_{max} (gauche) et Y2 : $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$ (droite) de l'étude de criblage-cas intrinsèque.

L'histogramme lié à la réponse Y1 (σ_{max}) dans la figure 5.13, montre que tous les coefficients, sauf b_1 et b_6 , ont atteint des valeurs plus élevées que la valeur de l'écart-type (marquée en pointillée). Les paramètres liés à ces coefficients ont donc un effet significatif sur la réponse. Il y a deux types d'influence selon le signe lié à l'effet ; si le signe est positif cela signifie qu'une augmentation de ce paramètre va donner une augmentation sur la réponse et vice versa. Sur la réponse Y1, les paramètres liés à ces coefficients, sauf la contrainte cohésive de traction dans la pâte, influencent de manière positive la réponse Y1. En effet, plus la contrainte cohésive de traction dans la pâte est élevée, plus l'objectif d'atteindre la résistance maximale est éloigné. Cependant, mettre en ordre ces influences dans les histogrammes à effets individuels et cumulés (figure 5.13 et figure 5.14) permettrait de trier encore plus les paramètres les plus influents selon leurs contributions. Par exemple, la contribution de chacun des paramètres associés aux coefficients b_2, b_3, b_5 et b_8 est très faible devant celle du coefficient b_7 qui atteint 80.97%. Donc, on néglige l'influence des paramètres associés à ces coefficients et on ne garde que celui lié au coefficient b_7 qui est la contrainte en mode II dans la pâte (σ_{2p}).



FIGURE 5.13 – Diagrammes des effets Pareto individuels respectivement pour les réponses σ_{max} et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$

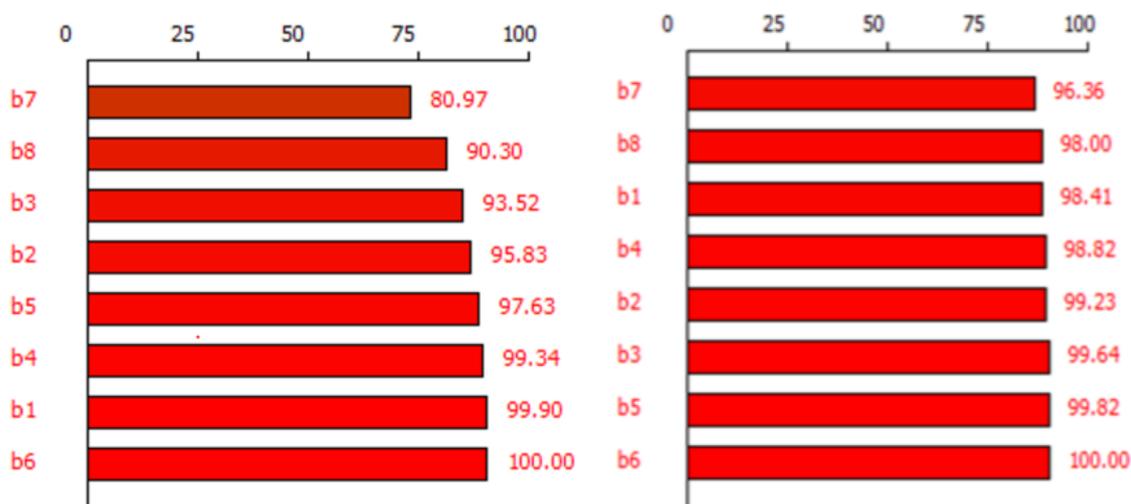


FIGURE 5.14 – Diagrammes des effets Pareto individuels respectivement pour les réponses σ_{max} et $\frac{\sigma_{endo}}{\sigma_{max}}$

5.3.7 Bilan de l'étude de criblage

Les résultats issus des deux études de criblage sont résumés dans le tableau 5.17.

	σ_{2p}^{coh}	σ_{2i}^{coh}
	Initiation de l'endommagement	
Intrinsèque	X	
Extrinsèque		X
	Résistance maximale	
Intrinsèque	X	
Extrinsèque	X	

TABLE 5.17 – Bilan des deux études de criblage.

Faire varier la rigidité à l'interface pâte de ciment/granulat, modifie le mécanisme d'initiation de l'endommagement sans impacter la résistance maximale puisque dans les 2 cas elle est liée à la contrainte cohésive dans la pâte.

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, la sensibilité par rapport aux paramètres des lois cohésives a été étudiée. Cette analyse a été faite en 2 étapes :

1. étude de la sensibilité par rapport aux rigidités interfaciales de la liaison pâte de ciment/granulat.
2. étude de la sensibilité par rapport aux paramètres de fissurations : contrainte cohésive et énergie cohésive dans les deux phases (matrice cimentaire et interface pâte de ciment/granulat).

La première étude de sensibilité a permis de comprendre les mécanismes d'endommagement mis en jeu lors d'un essai de compression uniaxiale. En effet, la rigidité interfaciale joue un rôle primordial dans l'initiation et la localisation de l'endommagement dans le matériau composite. Dans le cas d'une souplesse élevée au niveau de l'interface pâte de ciment/granulat, c'est à dire avec une rigidité interfaciale moins grande que celle de la pâte de ciment, le matériau commence à s'endommager en cisaillement au niveau de la pâte. À des rigidités égales ou plus importantes que celle de la pâte, c'est à l'interface que l'endommagement se développe. L'étude de criblage sur l'initiation de l'endommagement et la résistance maximale qui a suivi a donc été réalisée pour les 2 cas, extrinsèque et intrinsèque. Les paramètres cohésifs (contraintes et énergies) dans les 2 phases ont été particulièrement étudiés. Comme attendu, les conclusions de cette étude dépendent du cas étudié :

1. Dans le cas intrinsèque : le paramètre le plus influent sur l'initiation et la résistance maximale du béton est la contrainte cohésive en cisaillement dans la pâte
2. Dans le cas extrinsèque : le paramètre le plus influent sur la résistance maximale est la contrainte cohésive en cisaillement dans la pâte; le plus influent sur l'initiation de l'endommagement étant la contrainte cohésive à l'interface.

CHAPITRE 6

Conclusion générale et
perspectives

6.1 Conclusion générale

Plusieurs travaux [26, 12] ont été réalisés au sein du LMGC pour étudier la fissuration des matériaux cimentaires en utilisant les modèles de zone cohésive. Ils ont contribué au développement de l'outil numérique LMGC90, mais ils ont été limités aux simulations numériques. Afin d'envisager un sens prédictif au modèle, il est nécessaire de réaliser une confrontation expérimentale/numérique.

Ce travail de thèse est consacré, en premier temps, à l'identification et la calibration des paramètres cohésifs (contrainte cohésive et énergie cohésive). En deuxième temps, à la validation du modèle de béton numérique testé en compression uniaxiale. Par la suite, à la compréhension et la caractérisation des mécanismes qui contrôlent la réponse mécanique du béton et tente d'établir une corrélation entre les mécanismes locaux et la réponse globale du matériau dans différents états (au cours du durcissement, pré-endommagé ...).

Béton numérique représentatif : VERN

Dans le cas d'un matériau isotrope, le comportement élastique du composite représente la réponse effective moyenne du matériau et il dépend essentiellement de la fraction volumique de ses phases composantes et de leurs comportements mécaniques. Afin d'étudier son comportement au-delà du domaine élastique linéaire, l'échantillon utilisé doit être représentatif de l'ensemble des propriétés du matériau. On a présenté une méthode de détermination d'un VER qui soit représentatif d'un béton réel en générant des particules dont la distribution de tailles suit une courbe granulométrique donnée de l'expérience. Le béton numérique généré est qualifié de matériau numérique équivalent. Sa construction repose sur des descripteurs morphologiques tels que le covariogramme.

Identification et calibration des paramètres cohésifs à l'échelle locale lors d'un essai de cisaillement

On a effectué une identification numérique des paramètres de fissuration de l'interface pâte de ciment/granulat sur un essai de cisaillement à l'échelle locale. Le résultat a donné une calibration de ces derniers en utilisant un modèle de zone cohésive décrivant le comportement de l'interface pâte de ciment granulat. Cette étude a mené à deux constats. Le premier est que l'étude expérimentale n'était pas assez riche pour bien étudier le comportement post-rupture. Le deuxième montre que le passage direct des paramètres identifiés pour les implémenter à l'échelle de l'interface pâte de ciment/granulat à un échantillon à l'échelle mésoscopique ne fonctionne pas.

Proposition d'une calibration des paramètres de fissuration

Les résultats d'identification des paramètres cohésifs à partir des essais expérimentaux ne présentent qu'une première approche d'identification. En effet, le passage d'une échelle à l'autre n'est pas direct, il y a un effet d'échelle qui nous oblige à apporter des corrections à ces paramètres pour pouvoir les exploiter dans la simulation à une échelle plus grande. On a proposé une méthode qui permet, à partir des données disponibles jusqu'à présent, d'accéder à la contrainte maximale. C'est la contrainte qui permet l'amorçage de la fissure. Cette valeur est déterminée en étudiant le profil de contrainte sur l'échantillon au cours de l'essai. On calcule le rapport entre la contrainte maximale atteinte sur le profil et la contrainte moyenne. Ce rapport permet de pouvoir exploiter les résultats expérimentaux disponibles et d'éviter de relancer une autre

campagne expérimentale.

Confrontation des résultats expérimentaux/numériques et étude du durcissement lors d'un essai de compression simple sur un VERN

On a étudié la réponse mécanique en compression simple sur un VER de béton numérique en commençant par la validation de la réponse élastique du matériau à l'aide du modèle analytique "Mori-Tanaka" ainsi que les résultats expérimentaux à disposition. Ensuite, une validation pour différents temps d'hydratation de la réponse mécanique du VER est faite par comparaison avec des résultats expérimentaux. Cette validation a été complétée par une analyse des mécanismes d'endommagement, la détermination du mode de rupture principal dans un essai de compression uniaxiale et les phases participantes à l'initiation de l'endommagement. Cette analyse permet également d'apporter des éléments de réponse concernant le taux d'endommagement local que le matériau puisse subir avant de quitter la phase linéaire de sa réponse mécanique contrainte-déformation pour une formulation donnée. On a conclu à la fin avec un bilan mettant en relation les paramètres locaux (cohésifs) et globaux (réponse mécanique).

Étude du pré-endommagement

Une étude de la réponse mécanique du VERN tout en introduisant du pré-endommagement au niveau de l'interface a été menée. Le résultat montre une forte influence des rigidités interfaciales sur l'évolution du paramètre numérique responsable de la définition de l'intensité d'adhésion au niveau d'un élément de maille. En effet, si les rigidités initiales ont des valeurs très élevées, l'influence du pré-endommagement dans l'élément n'apparaît que pour des valeurs tendant vers zéro de l'intensité d'adhésion β .

Étude d'influence de la fraction solide

Une étude de l'influence de la fraction solide sur la réponse mécanique du VER en utilisant deux VERs ayant des fractions solides différentes a été réalisée et a montré l'impact sur les mécanismes de l'endommagement jusqu'à la rupture.

Vers une optimisation de la réponse mécanique du béton sous compression uniaxiale : étude de sensibilité aux paramètres de la loi cohésive

La sensibilité par rapport aux paramètres cohésifs a été étudiée. Cette analyse a été faite en 2 étapes :

1. étude de la sensibilité aux rigidités interfaciales de la liaison pâte de ciment/granulat.
2. étude de la sensibilité aux paramètres de fissuration : contrainte cohésive et énergie cohésive dans les deux phases (matrice cimentaire et interface pâte de ciment/granulat).

La première étude de sensibilité a permis de comprendre les mécanismes d'endommagement mis en jeu lors d'un essai de compression uniaxiale. En effet, la rigidité interfaciale joue un rôle primordial dans l'initiation et la localisation de l'endommagement dans le matériau composite. Dans le cas d'une souplesse élevée au niveau de l'interface pâte de ciment/granulat c'est à dire avec une rigidité interfaciale moins grande que celle de la pâte de ciment, le matériau commence à s'endommager en cisaillement au niveau de la pâte. À des rigidités égales à celle de la pâte, c'est à l'interface que l'endommagement se développe. Les conclusions de cette étude dépendent du cas étudié :

1. Dans le cas intrinsèque : le paramètre le plus influent sur l'initiation et la résistance maximale du béton est la contrainte cohésive en cisaillement dans la pâte.

2. Dans le cas extrinsèque : le paramètre le plus influent sur la résistance maximale est la contrainte cohésive en cisaillement dans la pâte; le plus influent sur l'initiation de l'endommagement étant la contrainte cohésive à l'interface.

6.2 Perspectives

Les perspectives de ce travail sont nombreuses. A court terme, il conviendrait de :

- Valider que les conditions de propagation de fissures ne sont pas dépendantes des conditions aux limites (liées à la taille du VERN) associées au calcul numérique. Des essais avec des VERN tels que $L/D > 3.3$ devront être simulés.
- Faire une simulation sur un VERN 3D. Si l'utilisation d'un covariogramme a permis d'utiliser des VER 2D quasi isotropes, un calcul numérique sur un VERN 3D permettrait de compléter cette validation.
- Appliquer une sollicitation multiaxiale au VERN afin de déterminer la sensibilité du mode de propagation de fissure à la sollicitation.
- Étudier l'influence de la surface spécifique. L'étude d'influence de la fraction solide ne permet pas d'étudier l'influence de la surface spécifique car plusieurs autres paramètres rentrent en jeu (quantité de la matrice, ...), ce qui rend la tâche un peu complexe. Il serait intéressant de réaliser des essais numériques sur des échantillons monodisperses tout en gardant la même fraction solide, en ne faisant varier que la taille des particules.

A plus long terme, cette étude permettrait d'envisager

- L'étude de différentes pathologies du béton comme la RSI et la lixiviation en incluant un couplage chimio-mécanique (travaux qui ont été initiés à ce sujet dans le cadre du projet MIST [108]).

Bibliographie

- [1] J. Aboudi. A unified micromechanical approach, mechanics of composite materials. *Elsevier*, 34 :177, 1991.
- [2] V. Ashihmin and I. Povyshev. Statistical regularities of stress distribution in polycrystals. *Math Model Syst Process*, 3 :11–8, 1995.
- [3] J. Auvray. *Élaboration et caractérisation à haute température de bétons réfractaires à base d'alumine spinelle*. PhD thesis, Thèse de doctorat, Université de Limoges, 2003.
- [4] G-I. Barenblatt. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. In *Advances in applied mechanics*, volume 7, pages 55–129. Elsevier, 1962.
- [5] B. Barnes, S. Diamond, and W. Dolch. The contact zone between portland cement paste and glass “aggregate” surfaces. *Cement and Concrete Research*, 8(2) :233–243, 1978.
- [6] V. Baroghel-Bouny. *Caractérisation microstructurale et hydrique des pâtes de ciment et des bétons ordinaires et à très hautes performances*. PhD thesis, 1994.
- [7] Z. Bazant and D. Novák. Stochastic models for deformation and failure of quasibrittle structures : recent advances and new directions. *Computational modelling of concrete structures*, pages 583–598, 2003.
- [8] Zdeněk P. Bažant and Byung H. Oh. Crack band theory for fracture of concrete. *Matériaux et construction*, 16(3) :155–177, 1983.
- [9] Zdeněk P. Bažant and G. Pijaudier-Cabot. Measurement of characteristic length of non-local continuum. *Journal of Engineering Mechanics*, 115(4) :755–767, 1989.
- [10] A. Bentur, A. Goldman, and Menashi D. Cohen. The contribution of the transition zone to the strength of high quality silica fume concretes. *MRS Online Proceedings Library Archive*, 114, 1987.
- [11] CIM Béton and Ecole Française du Béton. *Les constituants des betons et des mortiers*, 2005.
- [12] Lionel Bichet. *Mécanismes de transports dans la fissuration des matériaux hétérogènes : application à la durée de vie d'exploitation des centrales nucléaires*. PhD thesis, Université Montpellier, 2017.

- [13] N. Blal. *Modélisation micromécanique et identification inverse de l'endommagement par approches cohésives*. PhD thesis, Université Montpellier II-Sciences et Techniques du Languedoc, 2013.
- [14] N. Blal, L. Daridon, Y. Monerie, and S. Pagano. On mesh size to cohesive zone parameters relationships. 2011.
- [15] G. Bonifazi, G. Capobianco, S. Serranti, M. Eggimann, E. Wagner, F. Di Maio, and S. Lotfi. The itz in concrete with natural and recycled aggregates : Study of microstructures based on image and sem analysis. *Proc. 15th Euroseminar Microsc. Appl. to Build. Mater.*, pages 299–308, 2015.
- [16] A. Borbely, H. Biermann, and O. Hartmann. Fe investigation of the effect of particle distribution on the uniaxial stress–strain behaviour of particulate reinforced metal-matrix composites. *Materials Science and Engineering : A*, 313(1-2) :34–45, 2001.
- [17] M. Bornert, T. Bretheau, and P. Gilormini. *Homogénéisation en mécanique des matériaux, Tome 1 : Matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques*. 2001.
- [18] A.-S. Bretelle, M. Cocu, and Y. Monerie. Unilateral contact with adhesion and friction between two hyperelastic bodies. *International Journal of Engineering Science*, 39(18) :2015–2032, Dec 2001.
- [19] G-T. Camacho and M. Ortiz. Computational modelling of impact damage in brittle materials. *International Journal of solids and structures*, 33(20-22) :2899–2938, 1996.
- [20] GP. Cherepanov. The propagation of cracks in a continuous medium. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 31(3) :503–512, 1967.
- [21] RN. Christensen and KH. Lo. Solutions for effective properties of composite materials. *J. Mech. Phys. Solids*, 27 :315–330, 1979.
- [22] André Chrysochoos, Bertrand Wattrisse, J-M. Muracciole, and Y. El Kaïm. Fields of stored energy associated with localized necking of steel. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, 4(2) :245–262, 2009.
- [23] L. Chun-Qing and Z. Jian-Jun. Closed-form solution for predicting elastic modulus of concrete. *ACI Materials Journal*, 104(5) :539, 2007.
- [24] M. Claeys-Bruno, M. Dobrijevic, and S. Serjeant. Analyse de sensibilité : comparaison entre les plans d'expérience et la méthode. In *41èmes Journées de Statistique, SFdS, Bordeaux*, 2009.
- [25] I. Comby-Peyrot, F. Bernard, P. Bouchard, F. Bay, and E. Garcia-Diaz. Development and validation of a 3d computational tool to describe concrete behaviour at mesoscale. application to the alkali-silica reaction. *Computational Materials Science*, 46(4) :1163–1177, 2009.
- [26] Eric Delaume, Loïc Daridon, Frédéric Dubois, Yann Monerie, and Frédéric Perales. Méthode de raffinement local adaptatif multi-niveaux pour la fissuration des matériaux hétérogènes. In *13e colloque national en calcul des structures*, 2017.
- [27] S. Diamond. Considerations in image analysis as applied to investigations of the itz in concrete. *Cement and Concrete Composites*, 23(2-3) :171–178, 2001.
- [28] S-D. Donald. Yielding of steel sheets containing slits. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8(2) :100–104, 1960.
- [29] J-J. Drosesbeke, J. Fine, and G. Saporita. *Plans d'expériences : applications à l'entreprise*.

- Editions technip, 1997.
- [30] W. Drugan and J. Willis. A micromechanics-based nonlocal constitutive equation and estimates of representative volume element size for elastic composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 44(4) :497–524, 1996.
- [31] C. Druta, L. Wang, and D-S. Lane. Tensile strength and paste–aggregate bonding characteristics of self-consolidating concrete. *Construction and Building Materials*, 55 :89–96, 2014.
- [32] F. Dubois, M. Jean, M. Renouf, R. Mozul, A. Martin, and M. Bagneris. LMGC90. In *Colloque National en Calcul des Structures*. CSMA, 2011.
- [33] J. Duran. *Sables, poudres et grains*. Number BOOK. Eyrolles, 1997.
- [34] JD. Eshelby. The continuum theory of lattice defects. In *Solid state physics*, volume 3, pages 79–144. Elsevier, 1956.
- [35] P. Evesque. Fluctuations, correlation and representative elementary volume (rev) in granular materials. *arXiv preprint cond-mat/0506385*, 2005.
- [36] J. Farran. Contribution mineralogique a l’étude de l’adhérence entre les constituants hydrates des ciments et les matériaux associés. *Doctorat es Science, Université de Toulouse, Pevue des Mateiaux de Construction*, 1956.
- [37] G. A Francfort and J-J. Marigo. Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 46(8) :1319–1342, 1998.
- [38] Camps G. *Etude des interactions chemo-mécaniques pour la simulation du cycle de vie d’un élément de stockage en béton*. PhD thesis, Université Toulouse III-Paul Sabatier, 2008.
- [39] A. Gangnant, J. Saliba, C. La Borderie, and S. Morel. Modeling of the quasibrittle fracture of concrete at meso-scale : Effect of classes of aggregates on global and local behavior. *Cement and Concrete Research*, 89 :35–44, 2016.
- [40] E-J. Garboczi and D-P. Bentz. Analytical formulas for interfacial transition zone properties. *Advanced Cement Based Materials*, 6(3-4) :99–108, 1997.
- [41] E. Ghossein and M. Lévesque. Un outil complètement automatisé pour l’évaluation en profondeur des performances des modèles d’homogénéisation. In *17èmes Journées Nationales sur les Composites (JNC17)*, page 66, 2011.
- [42] A. Gîrboveanu, M. Jebli, F. Jamin, V. Huon, D. Georgescu, and M-S. El Youssoufi. Caractérisation expérimentale des propriétés chimio-mécaniques de l’interphase pâte de ciment-granulat par meb et nano-indentation. In *36èmes Rencontres Universitaires de Génie Civil de l’AUGC*, 2018.
- [43] IM. Gitman, H. Askes, LJ. Sluys, and M. Stroeven. Multiscale modelling of granular materials. *Computational Modelling of Concrete Structures*, pages 2003–67, 2003.
- [44] IM. Gitman, MB. Gitman, and H. Askes. Quantification of stochastically stable representative volumes for random heterogeneous materials. *Archive of Applied Mechanics*, 75(2-3) :79–92, 2006.
- [45] J. Goupy. *Plans d’expériences*. Ed. Techniques Ingénieur, 2006.
- [46] S. Graham and N. Yang. Representative volumes of materials based on microstructural statistics. *Scripta Materialia*, 48(3) :269–274, 2003.
- [47] A-A. Griffith. The phenomenon of rupture and flow in solids. *phil, trans, roy. soc.* a221.

- 1920.
- [48] F. Grondin and M. Matallah. How to consider the interfacial transition zones in the finite element modelling of concrete? *Cement and Concrete Research*, 58 :67–75, 2014.
- [49] A. Guidoum. Simulation numérique 3d des comportements des bétons en tant que composites granulaires. Technical report, EPFL, 1995.
- [50] Z. Hashin. Analysis of composite materials—a survey. 1983.
- [51] Z. Hashin. Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 44(7) :1129–1145, 1996.
- [52] Z. Hashin and P. Monteiro. An inverse method to determine the elastic properties of the interphase between the aggregate and the cement paste. *Cement and Concrete Research*, 32(8) :1291–1300, 2002.
- [53] Z. Hashin and S. Shtrikman. *J. mech. phys. solids*, 1963.
- [54] Z. Hashin and S. Shtrikman. A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 11(2) :127–140, 1963.
- [55] Eveline Herve, Sabine Care, and Jean Philippe Seguin. Influence of the porosity gradient in cement paste matrix on the mechanical behavior of mortar. *Cement and Concrete Research*, 40(7) :1060–1071, 2010.
- [56] Ch. Huet. Coupled size and boundary-condition effects in viscoelastic heterogeneous and composite bodies. *Mechanics of Materials*, 31(12) :787–829, 1999.
- [57] G-R. Irwin. Fracture mechanics,[in :] structural mechanics, jn goodier, and nj hoff, 1960.
- [58] G-R. Irwin. Crack-extension force for a part-through crack in a plate. 1962.
- [59] George R Irwin. Analysis of stresses and strains near the end of a crack transversing a plate. *Trans. ASME, Ser. E, J. Appl. Mech.*, 24 :361–364, 1957.
- [60] GR. Irwin. Fracture in “handbuch der physik,” vol. v. *Springer-Verlag Berlin, Göttingen, Heidelberg*, 1958.
- [61] F. Jamin. *Apport de l’expérimentation multi-physique et multi-échelle à l’étude de certaines pathologies d’ouvrages en géomatériaux*. PhD thesis, Université de Montpellier, 2020.
- [62] M. Jean. The non-smooth contact dynamics method. 1999.
- [63] M. Jean, V. Acary, and Y. Monerie. Non-smooth contact dynamics approach of cohesive materials. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 359 :2497–2518, 2001.
- [64] M. Jebli. *Caractérisation à l’échelle locale des propriétés mécaniques de l’interphase pâte de ciment-granulat : application à la lixiviation*. PhD thesis, Université de Montpellier, 2016.
- [65] M. Jebli, Frédéric J., Etienne M., E. Garcia-Diaz, and M-S. El Youssoufi. Experimental characterization of mechanical properties of the cement-aggregate interface in concrete. *Construction and Building Materials*, 161 :16–25, 2018.
- [66] L-M. KACHANOV. Time of the rupture process under creep conditions, izy akad. *Nank SSR Otd Tech Nauk*, 8 :26–31, 1958.
- [67] O. Kane-Diallo. *Analyse morphologique des champs de cavités dans un élastomère sous décompression d’hydrogène : Influence des conditions de décompression et effets d’in-*

- teraction. PhD thesis, Chasseneuil-du-Poitou, Ecole nationale supérieure de mécanique et d . . . , 2015.
- [68] T. Kanit, S. Forest, I. Galliet, V. Mounoury, and D. Jeulin. Determination of the size of the representative volume element for random composites : statistical and numerical approach. *International Journal of solids and structures*, 40(13-14) :3647–3679, 2003.
- [69] D. Keinde. *Etude du béton à l'échelle mesoscopique : simulation numérique et tests de micro-indentation*. PhD thesis, INSA de Rennes, 2014.
- [70] D. Keinde, S. Kamali-Bernard, F. Bernard, and I. Cisse. Effect of the interfacial transition zone and the nature of the matrix-aggregate interface on the overall elastic and inelastic behavior of concrete under compression : a 3d numerical study. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 18(10) :1167–1176, 2014.
- [71] S-M. Kim and R-K. Abu Al-Rub. Meso-scale computational modeling of the plastic-damage response of cementitious composites. *Cement and Concrete Research*, 41(3) :339–358, 2011.
- [72] E. Kröner. Berechnung der elastischen konstanten des vielkristalls aus den konstanten des einkristalls. *Zeitschrift für Physik*, 151(4) :504–518, 1958.
- [73] T-E. Lacy, D-L. McDowell, and R. Talreja. Gradient concepts for evolution of damage. *Mechanics of Materials*, 31(12) :831–860, 1999.
- [74] B. Larbi, W. Dridi, P. Dangla, and P. Le Bescop. Link between microstructure and tritiated water diffusivity in mortars : Impact of aggregates. *Cement and Concrete Research*, 82 :92–99, 2016.
- [75] Jean Lemaitre and Jean-Louis Chaboche. *Mechanics of solid materials*. Cambridge university press, 1994.
- [76] Hoshino M. Relation between bleeding, coarse aggregate, and specimen height of concrete. *Materials Journal*, 86(2) :185–190, 1989.
- [77] E. Malachanne, M. Jebli, F. Jamin, E. Garcia-Diaz, and M-S. El Youssoufi. A cohesive zone model for the characterization of adhesion between cement paste and aggregates. *Construction and Building Materials*, 193 :64–71, 2018.
- [78] J. Mazars. Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. *Thèse de docteur en sciences présentée à l'université Pierre et Marie Curie-Paris 6*, 1984.
- [79] P-K. Mehta and P-JM. Monteiro. *Concrete : microstructure, properties, and materials*. McGraw-Hill Education, 2014.
- [80] B. Mielniczuk, M. Jebli, F. Jamin, M-S El Youssoufi, C. Pelissou, and Y. Monerie. Characterization of behavior and cracking of a cement paste confined between spherical aggregate particles. *Cement and Concrete Research*, 79 :235–242, 2016.
- [81] Y. Monerie. *Fissuration des matériaux composites : rôle de l'interface fibre/matrice*. PhD thesis, 2000.
- [82] PJM. Monteiro and P-K. Mehta. Interaction between carbonate rock and cement paste. *Cement and Concrete Research*, 16(2) :127–134, 1986.
- [83] J-J. Moreau. Numerical aspects of the sweeping process. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 177(3-4) :329–349, 1999.
- [84] S ; Morel and N. Dourado. Size effect in quasibrittle failure : Analytical model and

- numerical simulations using cohesive zone model. *International Journal of Solids and Structures*, 48(10) :1403–1412, 2011.
- [85] T. Mori and K. Tanaka. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta metallurgica*, 21(5) :571–574, 1973.
- [86] G Mounajed. Conception et développement du modèle aléatoire béton numérique dans filecode de calcul aux éléments finis symphonie. Technical report, Research report cstb, CSTB, 2001. <http://mocad.cstb.fr>, 2001.
- [87] G. Mounajed. Exploitation du nouveau modèle «béton numérique» dans symphonie. *Cahiers du Centre scientifique et technique du bâtiment*, (3421), 2002.
- [88] A. Needleman. A continuum model for void nucleation by inclusion debonding. 1987.
- [89] A. Needleman. An analysis of tensile decohesion along an interface. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 38(3) :289–324, 1990.
- [90] Logiciel Nemrodw. Société Iprai, 13010 marseille.
- [91] C.M. Neubauer, H.M. Jennings, and E.J. Garboczi. A three-phase model of the elastic and shrinkage properties of mortar. *Advanced Cement Based Materials*, 4(1) :6–20, 1996.
- [92] T-D. Nguyen. *Étude de la zone d'interphase «granulats calcaires poreux-pâte de ciment» : Influence des propriétés physico-mécaniques des granulats ; Conséquence sur les propriétés mécaniques du mortier*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, 2013.
- [93] JP. Ollivier, JC. Maso, and B. Bourdette. Interfacial transition zone in concrete. *Advanced cement based materials*, 2(1) :30–38, 1995.
- [94] E. Orowan. Energy criteria of fracture. Technical report, Massachusetts Inst of Tech Cambridge Dept of Mechanical Engineering, 1954.
- [95] Andrew Clennel Palmer and James Robert Rice. The growth of slip surfaces in the progressive failure of over-consolidated clay. *Proc. R. Soc. Lond. A.*, 332 :527–548, 1973.
- [96] RR. Pedersen, A. Simone, and LJ. Sluys. Mesoscopic modeling and simulation of the dynamic tensile behavior of concrete. *Cement and Concrete Research*, 50 :74–87, 2013.
- [97] R-L. Plackett and J-P. Burman. The design of optimum multifactorial experiments. *Biometrika*, 33(4) :305–325, 1946.
- [98] G. Ramesh, ED. Sotelino, and WF. Chen. Effect of transition zone on elastic moduli of concrete materials. *Cement and Concrete Research*, 26(4) :611–622, 1996.
- [99] P-R. Rangaraju, J. Olek, and S. Diamond. An investigation into the influence of inter-aggregate spacing and the extent of the itz on properties of portland cement concretes. *Cement and Concrete Research*, 40(11) :1601–1608, 2010.
- [100] M. Raous, L. Cangemi, and M. Cocu. A consistent model coupling adhesion, friction, and unilateral contact. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 177(3-4) :383–399, 1999.
- [101] M.I Raous, L. Cangémi, and M. Cocu. A consistent model coupling adhesion, friction, and unilateral contact. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 177(3-4) :383–399, 1999.
- [102] J-R. Rice. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. 1968.

- [103] J-R Rice. *The mechanics of earthquake rupture*. Division of Engineering, Brown University Providence, 1979.
- [104] J-R. Rice and B. Budiansky. Conservation laws and energy-release rates. *J Appl Mech*, 40 :201–203, 1973.
- [105] P. Romero and E. Masad. Relationship between the representative volume element and mechanical properties of asphalt concrete. *Journal of materials in civil engineering*, 13(1) :77–84, 2001.
- [106] N. Salah, M. Jebli, E. Malachanne, F. Jamin, F. Dubois, A-S. Caro, E. Garcia-Diaz, and M-S El Youssoufi. Identification of a cohesive zone model for cement paste-aggregate interface in a shear test. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, pages 1–15, 2019.
- [107] S. Shahbeyk, M. Hosseini, and M. Yaghoobi. Mesoscale finite element prediction of concrete failure. *Computational Materials Science*, 50(7) :1973–1990, 2011.
- [108] A. Socié. *Modélisation chimio-mécanique de la fissuration de matériaux cimentaires : vieillissement et tenue des enceintes de confinement des centrales nucléaires*. PhD thesis, Montpellier, 2019.
- [109] M. Stroeven, H. Askes, and LJ. Sluys. Numerical determination of representative volumes for granular materials. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(30-32) :3221–3238, 2004.
- [110] P. Suquet. *Rupture et plasticité*. École polytechnique, Département de mécanique, 2003.
- [111] Geoffrey Howarth Tattersall and Phillip FG Banfill. *The rheology of fresh concrete*. Number Monograph. 1983.
- [112] J. Therrien, B. Bissonnette, A. Cloutier, V. Baroghel-Bouny, and PC. Aïtcin. Early-age evolution of the mass transfer properties in mortar and its influence upon ultimate shrinkage. In *International RILEM workshop on shrinkage of concrete (Shrinkage 2000)*, pages 247–268, 2000.
- [113] M-GA. Tijssens, Bert LJ. Sluys, and E. van der Giessen. Numerical simulation of quasi-brittle fracture using damaging cohesive surfaces. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 19(5) :761–779, 2000.
- [114] W. Tinsson. *Plans d'expérience : constructions et analyses statistiques*, volume 67. Springer Science & Business Media, 2010.
- [115] A. Tognevi. *Modélisation multi-échelle et simulation du comportement thermo-hydro-mécanique du béton avec représentation explicite de la fissuration*. PhD thesis, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan, 2012.
- [116] J-M. Torrenti. *Comportement multiaxial du béton : aspects expérimentaux et modélisation*. PhD thesis, 1987.
- [117] PV. Trusov and I. Keller. The theory of constitutive relations : Part i. *Perm : Perm State Technical University*, 1997.
- [118] V. Tvergaard. Effect of fibre debonding in a whisker-reinforced metal. *Materials science and engineering : A*, 125(2) :203–213, 1990.
- [119] V. Tvergaard and J-W. Hutchinson. The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 40(6) :1377–1397, 1992.

- [120] J-GM. van Mier. Multiaxial strain-softening of concrete. *Materials and structures*, 19(3) :190–200, 1986.
- [121] J-GM. Van Mier. *Fracture processes of concrete*, volume 12. CRC press, 1996.
- [122] J-GM. van Mier. Microstructural effects on fracture scaling in concrete, rock and ice. In *IUTAM symposium on scaling laws in ice mechanics and ice dynamics*, pages 171–182. Springer, 2001.
- [123] M-R-A. Van Vliet. *Size effect in tensile fracture of concrete and rock*. PhD thesis, TU Delft, Delft University of Technology, 2000.
- [124] R. Vargas, A. Tsitova, F. Bernachy-Barbe, B. Bary, RB. Canto, and F. Hild. On the identification of cohesive zone model for curved crack in mortar. *Strain*, 56(6) :e12364, 2020.
- [125] v.,Geel, H.J.G.M. *Concrete behaviour in multiaxial compression : experimental research*. PhD thesis, Department of the Built Environment, 1998. Proefschrift.
- [126] Ch. Voivret. *Texture et comportement des matériaux granulaires à grande polydispersité*. PhD thesis, 2008.
- [127] B. Wattrisse, A. Chrysochoos, J.-M. Muracciole, and M. Némoz-Gaillard. Analysis of strain localization during tensile tests by digital image correlation. *Experimental Mechanics*, 41(1) :29–39, 2001.
- [128] S. Wen. *Identification expérimentale de modèles de zones cohésives à partir de techniques d'imagerie thermomécanique*. PhD thesis, Université Montpellier II-Sciences et Techniques du Languedoc, 2012.
- [129] M. Williams. On the stress distribution at the base of a stationary crack. i. appl, 1957.
- [130] P. Wriggers and SO. Moftah. Mesoscale models for concrete : Homogenisation and damage behaviour. *Finite elements in analysis and design*, 42(7) :623–636, 2006.
- [131] X-P. Xu and A. Needleman. Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 42(9) :1397–1434, 1994.
- [132] C-C. Yang. Effect of the transition zone on the elastic moduli of mortar. *Cement and Concrete Research*, 28(5) :727–736, 1998.
- [133] C-C. Yang and R. Huang. A two-phase model for predicting the compressive strength of concrete. *Cement and Concrete Research*, 26(10) :1567–1577, 1996.
- [134] A. Zaoui. Matériaux hétérogènes et composites [heterogeneous materials and composites]. *Lecture Notes. École Polytechnique, Paris, France*, 1997.
- [135] R. Zimbelmann. A contribution to the problem of cement-aggregate bond. *Cement and concrete research*, 15(5) :801–808, 1985.

