

ECOLE DES MINES D'ALES  
Alès - Nîmes - Pau



# MODELISATION PAR ELEMENTS DISCRETS DES STRUCTURES A GRAND APPAREIL

Ali Rafiee\*, Marc VINCHES\*, **Claude BOHATIER\*\***, Robert Péralès\*\*,  
Frédéric Dubois\*\*

\* CMGD – Ecole des Mines d'Alès

\*\* LMGC- Université Montpellier II

Colloque Lagrange 2007  
6-8 décembre 2007  
Ecole Polytechnique - Palaiseau  
Ferme des vallées Aufargis

# COLLOQUE LAGRANGE 2007

## Plan

Méthode NSCD

Algorithme de  
détection

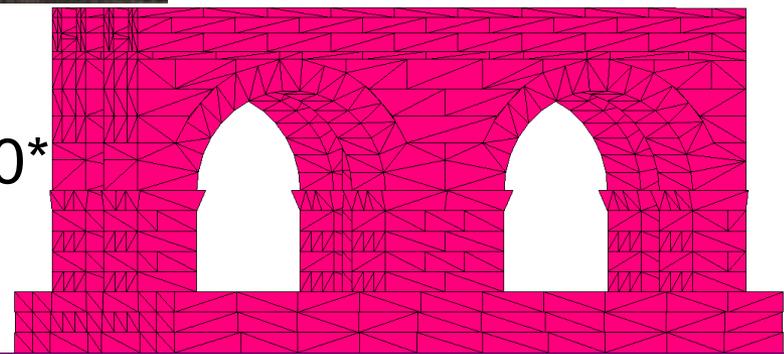
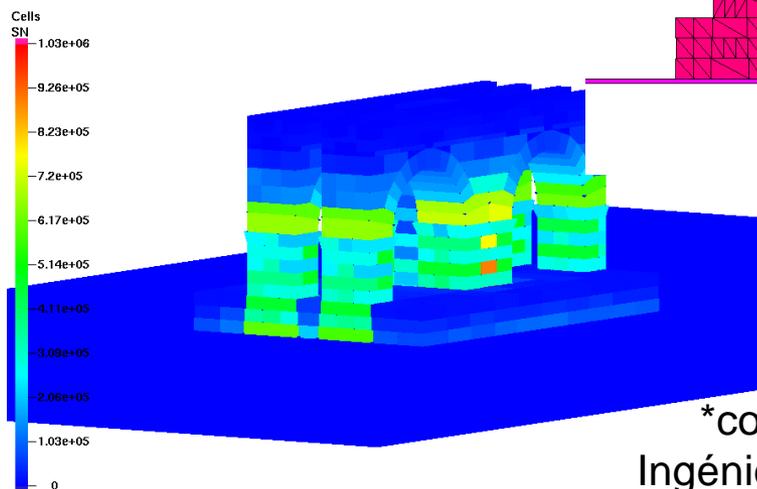
Modélisation  
géométrique à  
partir de  
structures réelles

Exemples de  
calcul

Conclusions et  
perspectives



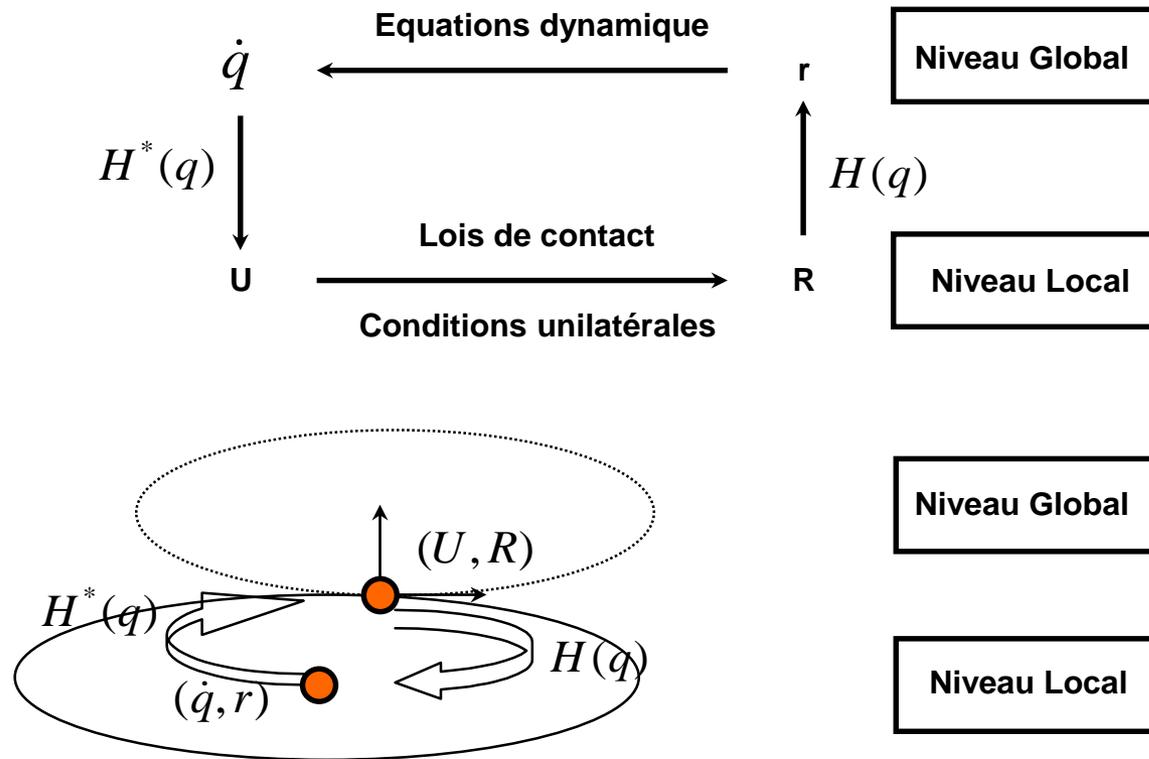
Simulations réalisées  
avec le logiciel LMG90\*



\*contact : Frédéric Dubois  
Ingénieur de Recherche - LMGC

# METHOD NSCD (J.J MOREAU & M.JEAN)

- Dualité entre les deux espaces



- Relations de passage

$$U = H^* \dot{q} \quad r = HR$$

# METHODE NSCD

## Plan

### Méthode NSCD

Algorithme de détection

Modélisation géométrique à partir de structures réelles

Exemples de calcul

Conclusions et perspectives

- 2 équations dynamique de mouvement régulier

$$\begin{cases} m\dot{u} = P(t) + r \\ I\dot{w} = -w \wedge (Iw) + M_p(t) + M_r \end{cases}$$

- Équations dynamique de mouvement non régulier

$$M(u(t_{i+1}) - u(t_i)) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} P(t) dt + \frac{1}{h} \int_{[t_i, t_{i+1}]} r dv$$

- Equations dynamiques discrétisées

$$M(u(t_{i+1}) - u(t_i)) = h[(1 - \theta)P_i + \theta P_{i+1}] + \textcircled{hr_{i+1}}$$

impulsion

# METHODE NSCD

## Plan

## Méthode NSCD

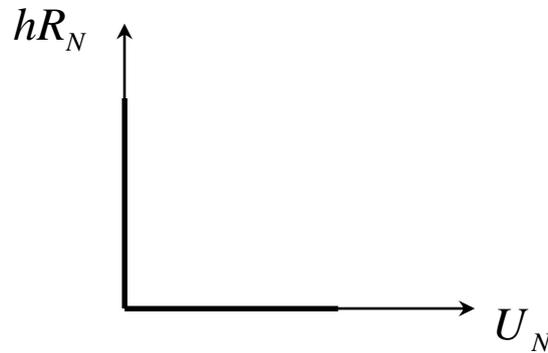
Algorithme de  
détection

Modélisation  
géométrique à  
partir de  
structures réelles

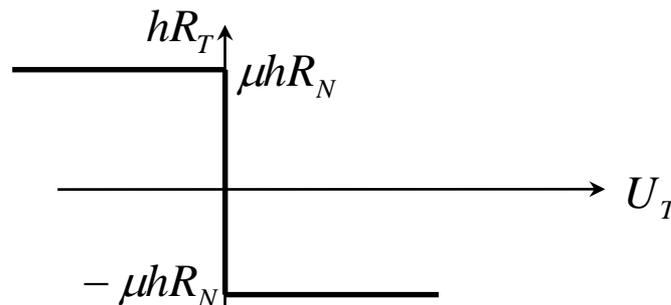
Exemples de  
calcul

Conclusions et  
perspectives

- conditions de contact
  - ❖ Conditions unilatérales (Signorini)



- ❖ Loi de frottement de Coulomb



# METHODE NSCD: RESOLUTION

## ○ Condensation du système

$$U = U_{free} + WhR$$

$$U = H^*(q)\dot{q}$$

$$r = H(q)R$$

$$W = H^*M^{-1}H \quad W: \text{opérateur de Delassus}$$

## ○ Méthode de résolution

❖ Gauss-Seidel non linéaire

### Plan

### Méthode NSCD

Algorithme de  
détection

Modélisation  
géométrique à  
partir de  
structures réelles

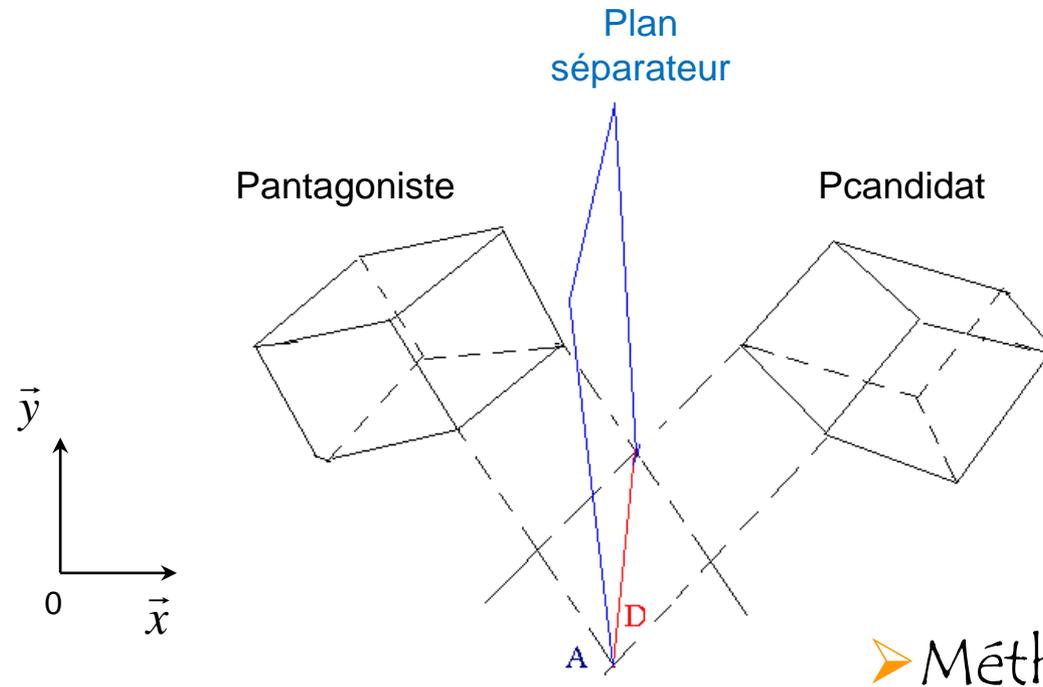
Exemples de  
calcul

Conclusions et  
perspectives

# ALGORITHME DE DETECTION DE CONTACT

## ◇ Algorithme de Cundall

P.Cundall, pionier a développé pour la mécanique des roches en 3D un algorithme



❖ Limites : 1 point de contact

## Plan

Méthode NSCD

**Algorithme de détection**

Modélisation géométrique à partir de structures réelles

Exemples de calcul

Conclusions et perspectives

# ALGORITHME DE DETECTION DECONTACT ADAPTE AUX MAÇONNERIES A GRAND APPAREIL

(CUNDALL MODIFIE: CONTRIBUTIONS THÈSE R. PÉRALES)

Plan

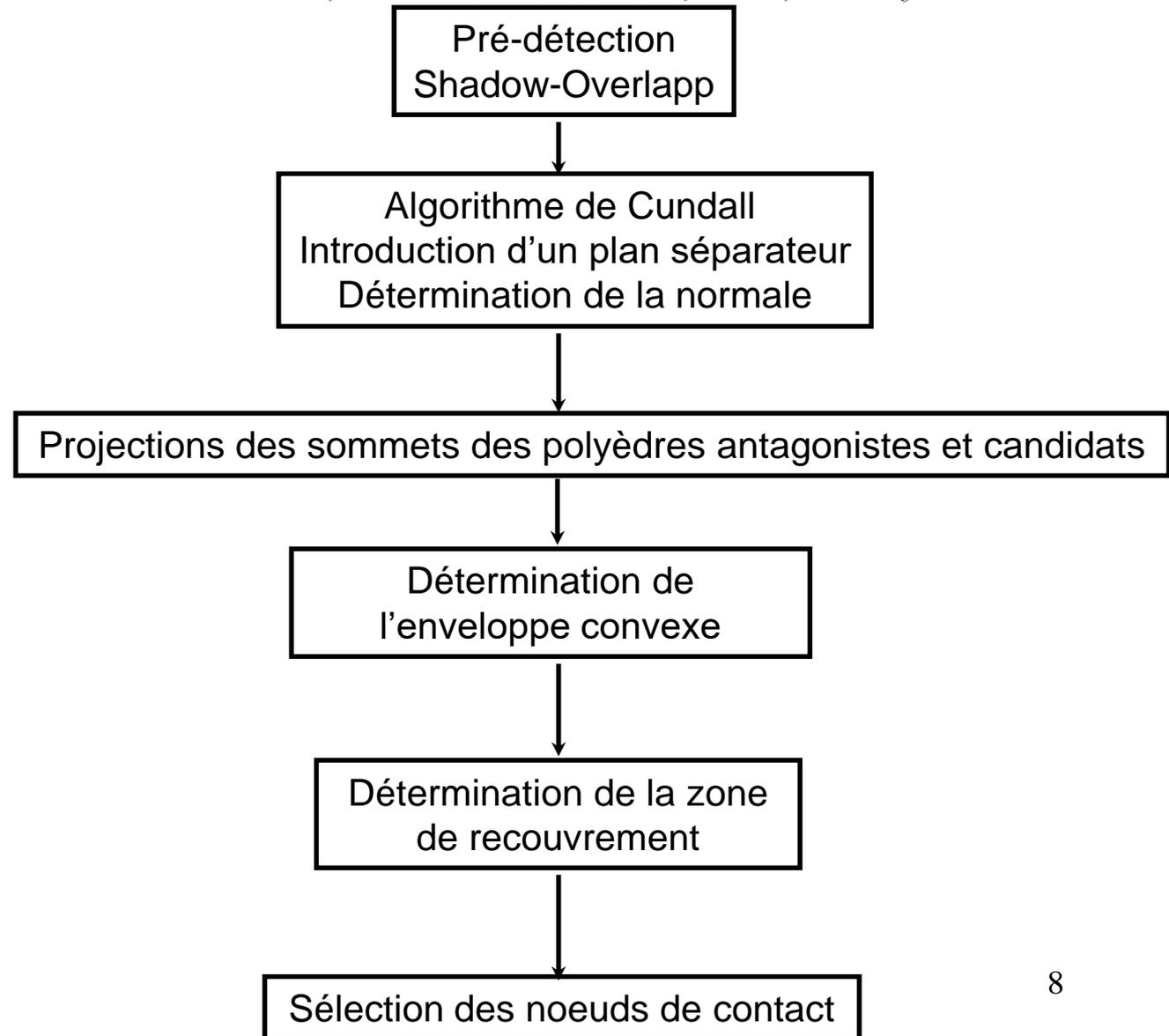
Méthode NSCD

**Algorithme de  
détection**

Modélisation  
géométrique à  
partir de  
structures réelles

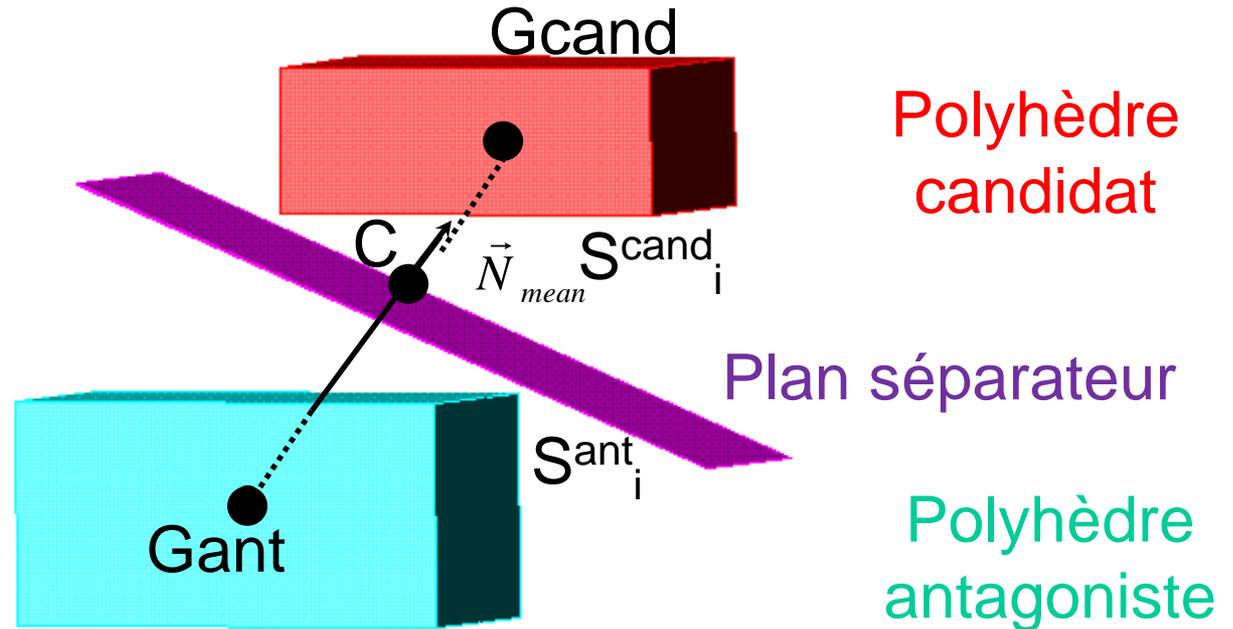
Exemples de  
calcul

Conclusions et  
perspectives



# ALGORITHM DE CUNDALL

- ◇ paramètre d'initialisation



$$\vec{N}_{mean} = \frac{\overrightarrow{Gant.Gcand}}{\|\overrightarrow{Gant.Gcand}\|}$$

$$C = \frac{Gant + Gcand}{2}$$

# ALGORITHME DE CUNDALL

❖ Plus proche sommet du plan séparateur

$$d_{ant} = \max_{i=1 \dots N_{ant}} \left\{ \vec{N}_{mean} \cdot \overrightarrow{CS}_i^{ant} \right\} > 0$$

$$d_{can} = \min_{j=1 \dots N_{can}} \left\{ \vec{N}_{mean} \cdot \overrightarrow{CS}_j^{can} \right\} < 0$$

$$Gap_{ini} = \{ d_{can} - d_{ant} \}$$

❖ optimisation à partir d'une recherche par perturbation autour de la position initiale

Angle initial maximal de perturbation:

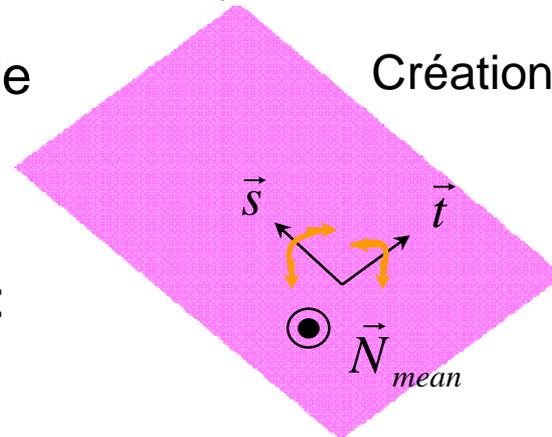
$$\theta_{ini} = 5^\circ$$

angle minimal fixé :

$$\theta_{min} = 0.01^\circ$$

Création du trièdre

$$(\vec{t}, \vec{N}_{mean}, \vec{s})$$



# 4 PERTURBATIONS

## Plan

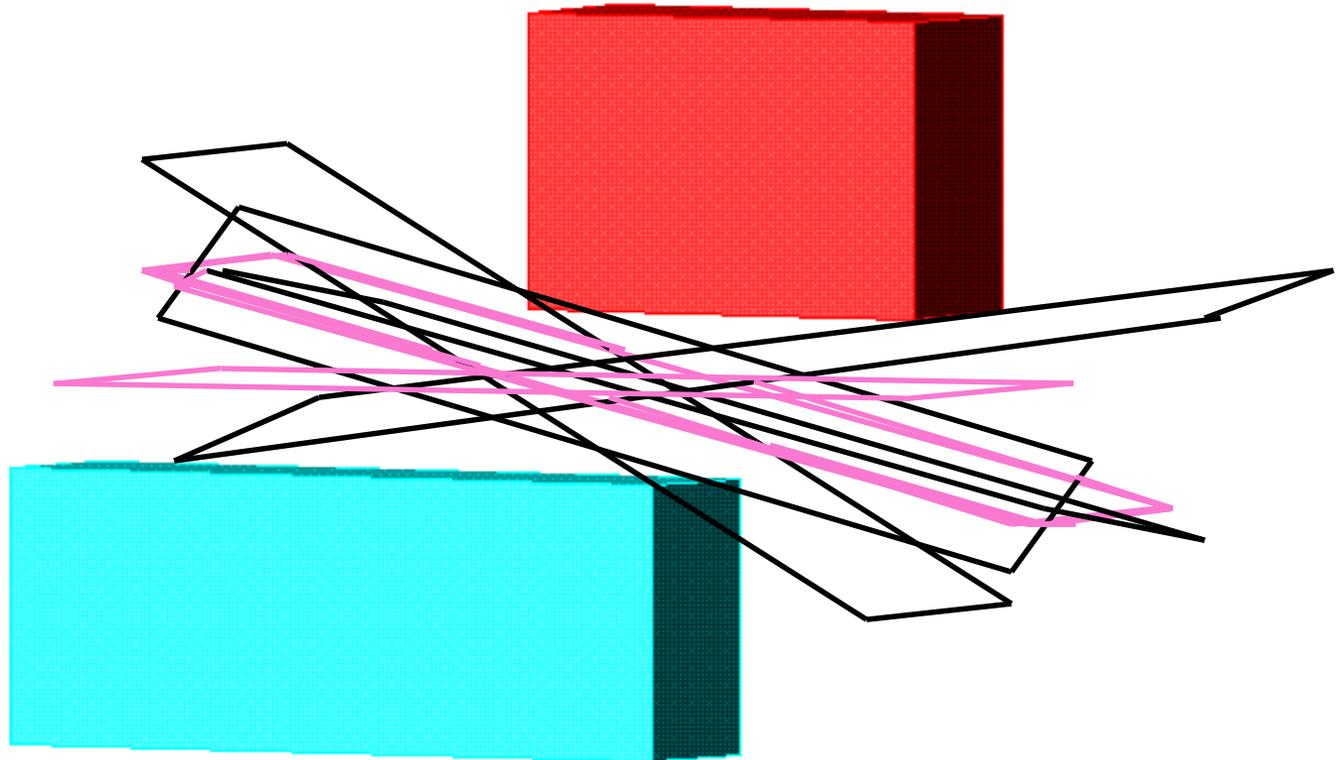
Méthode NSCD

**Algorithme de  
détection**

Modélisation  
géométrique à  
partir de  
structures réelles

Exemples de  
calcul

Conclusions et  
perspectives



# ALGORITHME DE CUNDALL

## Plan

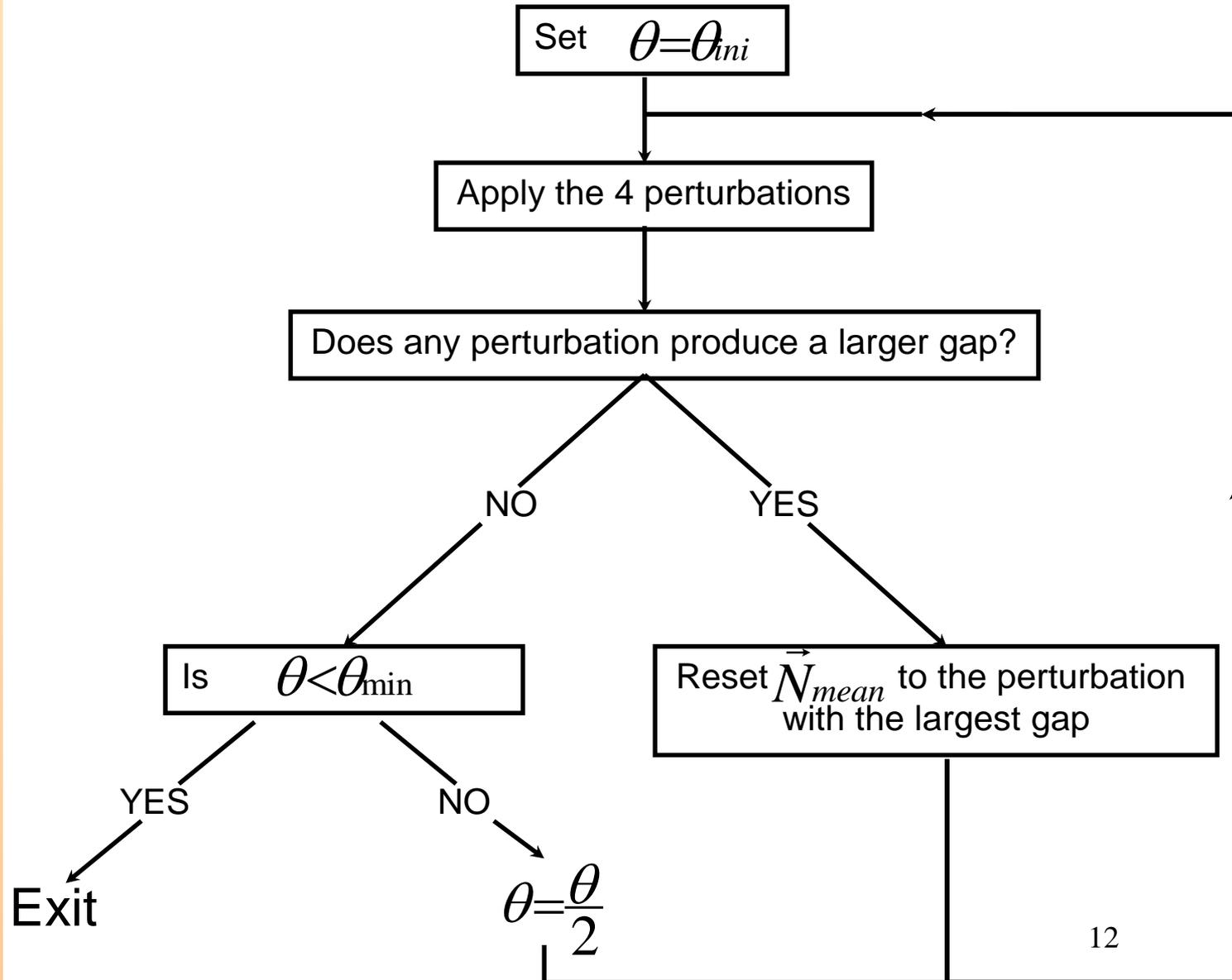
Méthode NSCD

**Algorithme de détection**

Modélisation géométrique à partir de structures réelles

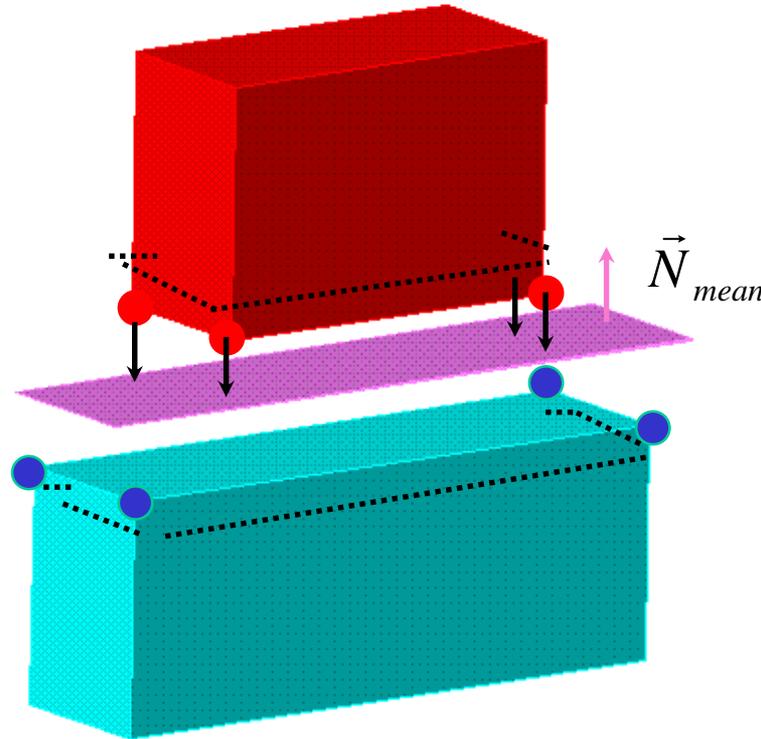
Exemples de calcul

Conclusions et perspectives



# SELECTION DES SOMMETS DE CONTACT (CONTRIBUTION R. PERALES)

◇ Projection des sommets concernés sur le plan séparateur



polyèdre  
candidat

polyèdre  
antagoniste

- Sommet candidat
- Sommet antagoniste
- ..... Marquage distance d'alerte

Plan

Méthode NSCD

Algorithme de  
détection

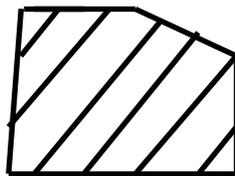
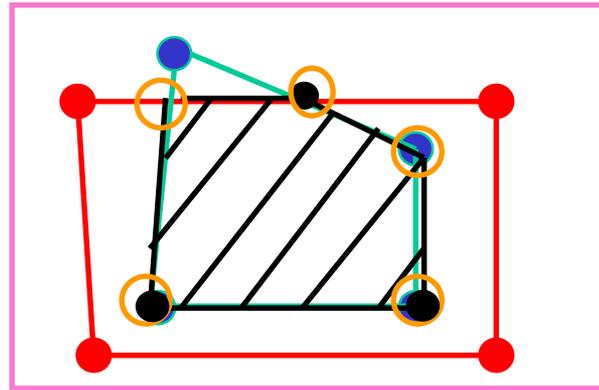
Modélisation  
géométrique à  
partir de  
structures réelles

Exemples de  
calcul

Conclusions et  
perspectives

# INTERSECTION ET DEFINITION DES NOEUDS DE CONTACT

- ◇ enveloppe convexe (Jarvis' method)
- ◇ Test d'intersection (O'Rourke method)
- ◇ Définition des nœuds de contact



Zone de recouvrement

- Sommets intersection
- Nœuds de contact

Plan

Méthode NSCD

Algorithme de  
détection

Modélisation  
géométrique à  
partir de  
structures réelles

Exemples de  
calcul

Conclusions et  
perspectives

# TYPLOGIE DES SITUATIONS DE CONTACT

## Plan

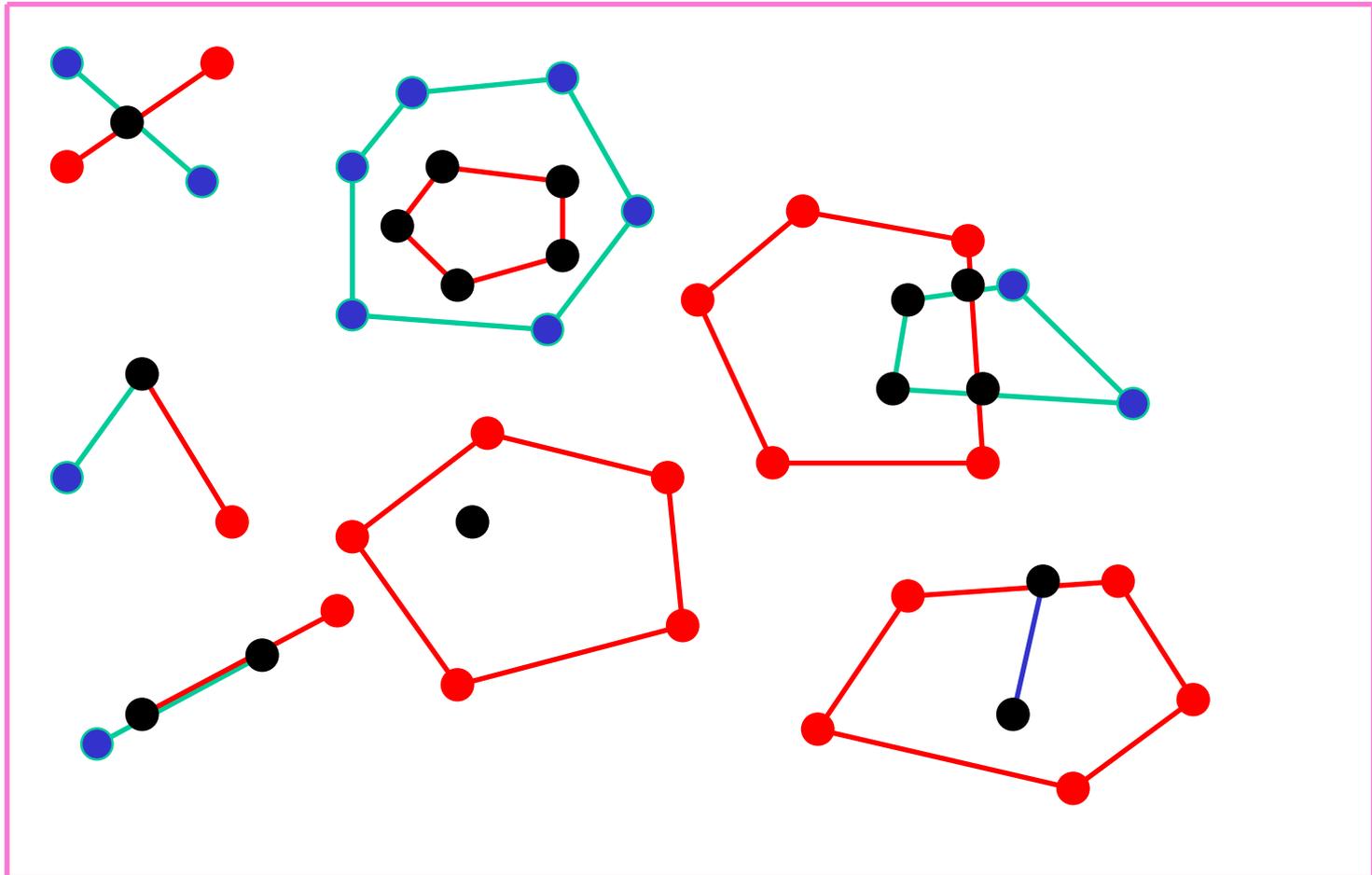
Méthode NSCD

**Algorithme de  
détection**

Modélisation  
géométrique à  
partir de  
structures réelles

Exemples de  
calcul

Conclusions et  
perspectives



# CHOIX DES NŒUDS DE DE CONTACT : LEVÉE DE L'HYPERSTATICITÉ

Plan

Méthode NSCD

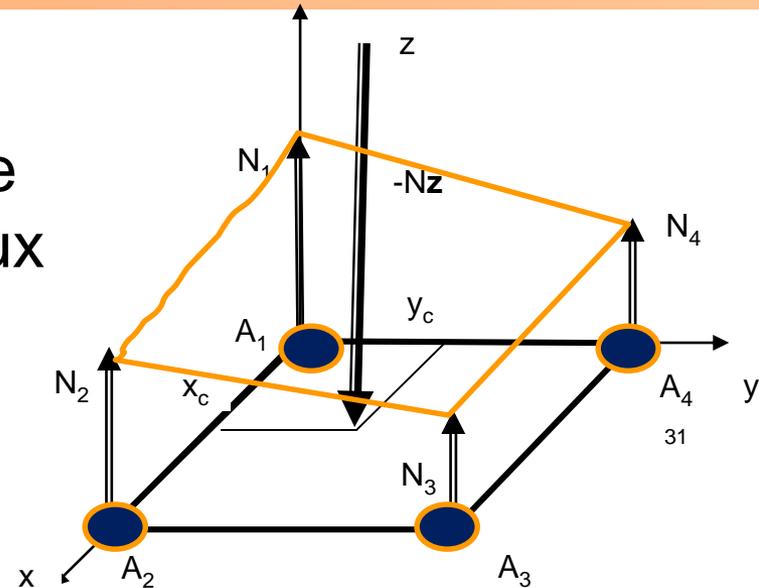
**Algorithme de détection**

Modélisation géométrique à partir de structures réelles

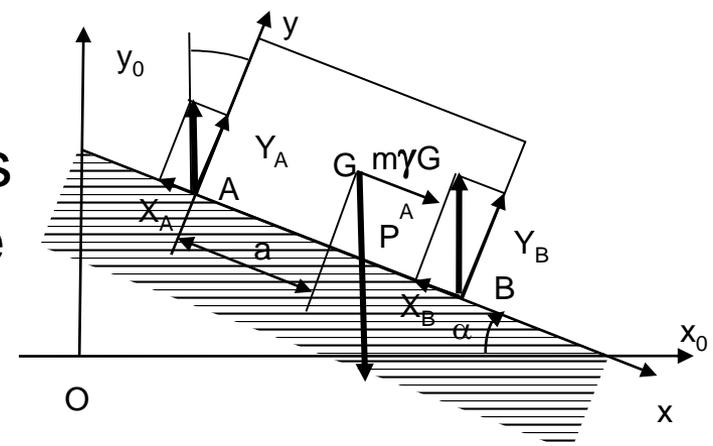
Exemples de calcul

Conclusions et perspectives

Hypothèse de répartition linéaire des efforts normaux



Hypothèse de proportionnalité actions normale et tangentielle dans une direction



# MODELISATION GEOMERIQUE ARENES DE NIMES

Thèse Ali Rafiee



Arena of Nimes, (a) picture taken from outside of the arena, and (b) 3D model generated with AutoCAD software including 2670 blocks for five arches on the first floor.

Plan

Méthode NSCD

Algorithme de  
détection

Modélisation  
géométrique à  
partir de  
structures réelles

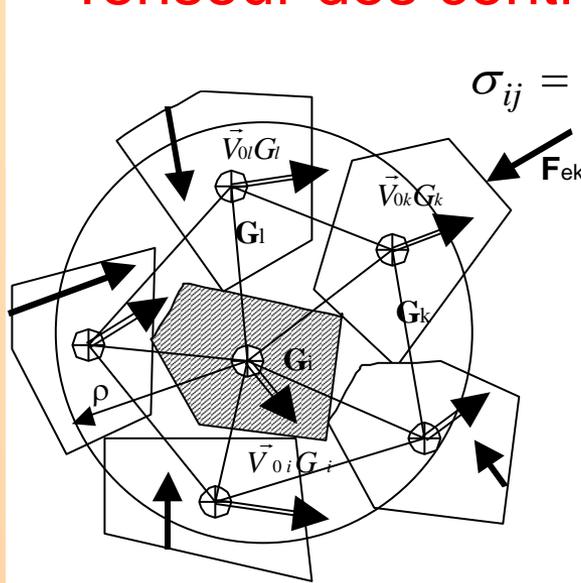
Exemples de  
calcul

Conclusions et  
perspectives

# OUTILS D'ANALYSE DES RESULTATS

## Descente de charge

## Tenseur des contraintes



$$\sigma_{ij} = \frac{1}{vol(\Omega)} \left[ \sum_{k=1}^n F_i x_j + \sum_{k=1}^n f_i x_j vol(\Omega_k) \right]_S + \mathbf{A} \bar{\omega}^2$$

$$\mathbf{A} = (\mathbf{I}_0 - \mathbf{I}) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \end{pmatrix}$$

## Déplacements

## Déformations

$$(grad_j \vec{v})_{\Omega_{ijk}} = \sum_{i=1}^3 N_i(\vec{x}), j \vec{V}_i$$

$$grad_j \vec{v} = \frac{1}{\Omega} \sum_{p=1}^{nb\acute{e}lem} \int_{\Omega_{ijk}} (grad_j \vec{v})_{\Omega_{ijk}} d\Omega_{ijk}$$

$$\Omega = \sum_{i=1}^{nbelem} \Omega_{ijk}$$

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{2} (grad \vec{v} + {}^T grad \vec{v})$$

Plan

Méthode NSCD

Algorithme de détection

Modélisation géométrique à partir de structures réelles

Exemples de calcul

Conclusions et perspectives

# OUTILS D'ANALYSE DES RESULTATS : descente de charge

## Plan

Méthode NSCD

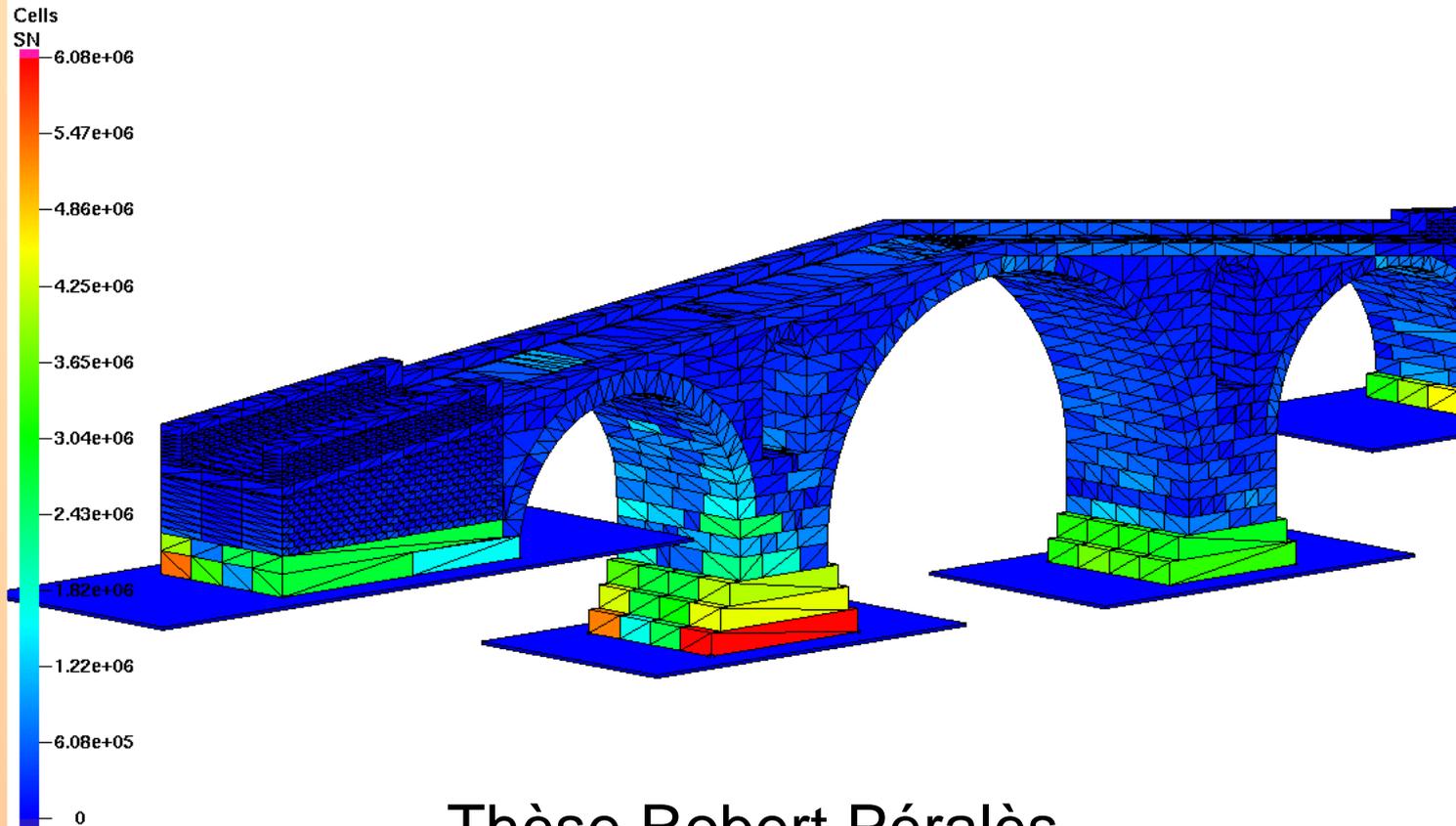
Algorithme de  
détection

Modélisation  
géométrique à  
partir de  
structures réelles

Exemples de  
calcul

Conclusions et  
perspectives

## Pont Julien



Thèse Robert Péralès

# OUTILS D'ANALYSE: Tenseur des contraintes

## Plan

Méthode NSCD

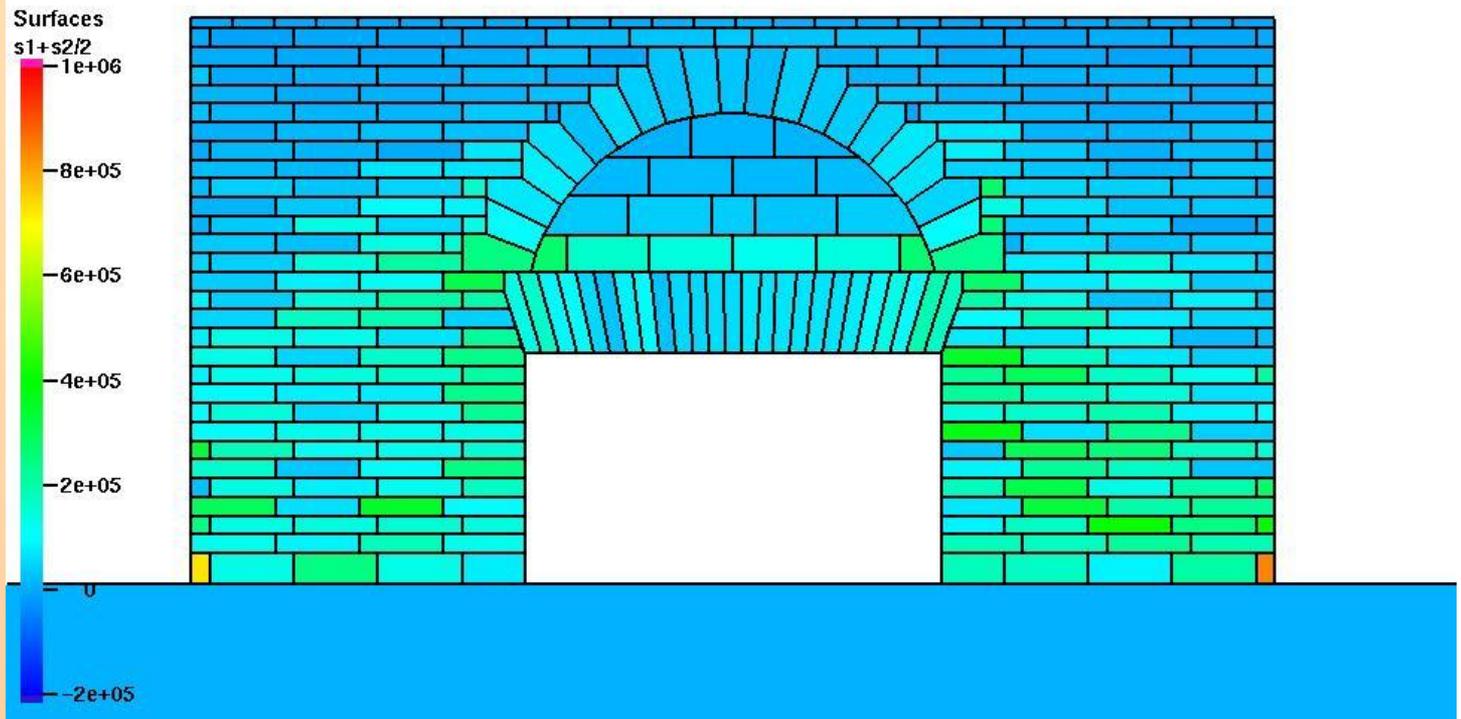
Algorithme de détection

Modélisation géométrique à partir de structures réelles

Exemples de calcul

Conclusions et perspectives

église d'Istres, façade Ouest



Contrainte volumique sous poids propre

(Thèse de B. CHETOUANE)

◇ église d'Istres, façade Ouest

## Plan

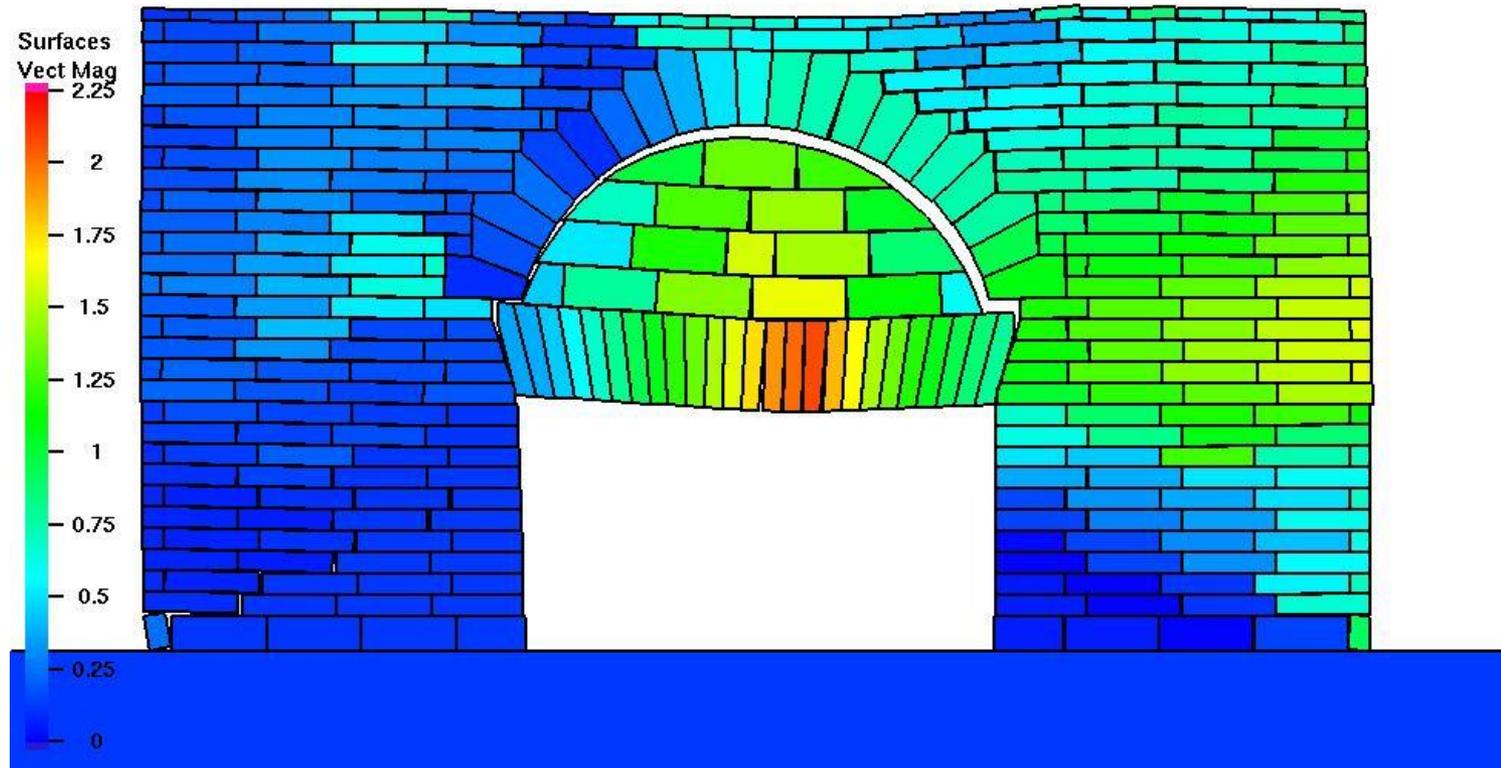
Méthode NSCD

Algorithme de  
détection

Modélisation  
géométrique à  
partir de  
structures réelles

Exemples de  
calcul

Conclusions et  
perspectives



## Vitesses de déplacement des blocs

(Thèse de B. CHETOUANE)

# OUTILS D'ANALYSE: Déformations

## Plan

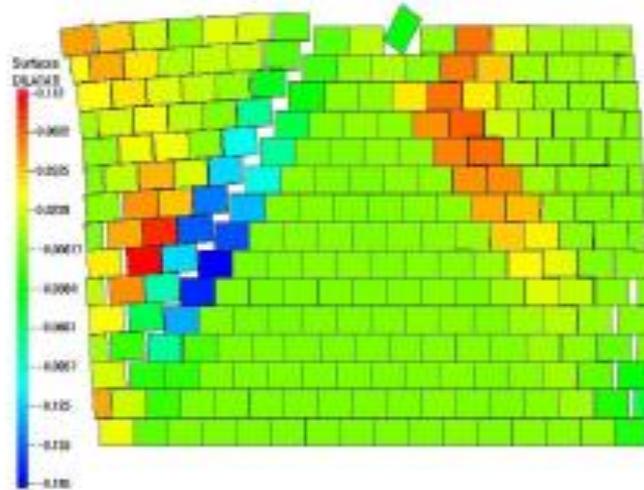
Méthode NSCD

Algorithme de détection

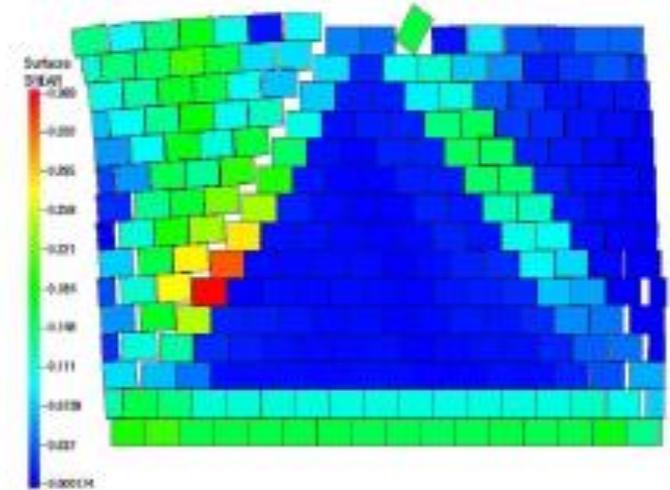
Modélisation géométrique à partir de structures réelles

Exemples de calcul

Conclusions et perspectives



(a) Dilatation volumique



(b) Déformation déviatorique

FIG. 5.6: Cas dynamique - Invariants du tenseur des déformations instantannées à  $t=4s$

(Thèse de B. CHETOUANE)

# SOLLICITATIONS DYNAMIQUES

## Plan

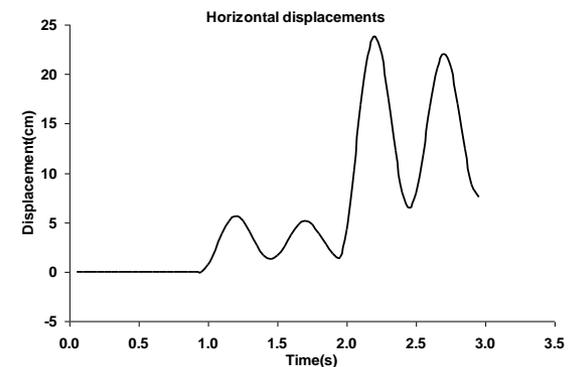
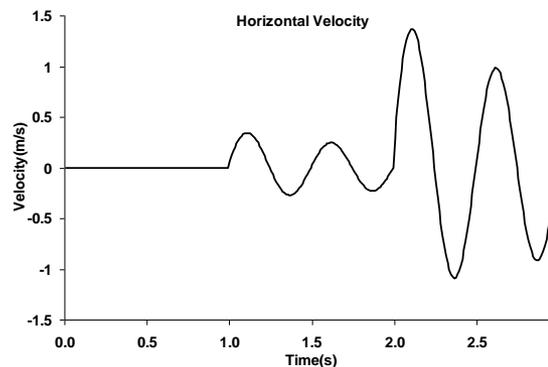
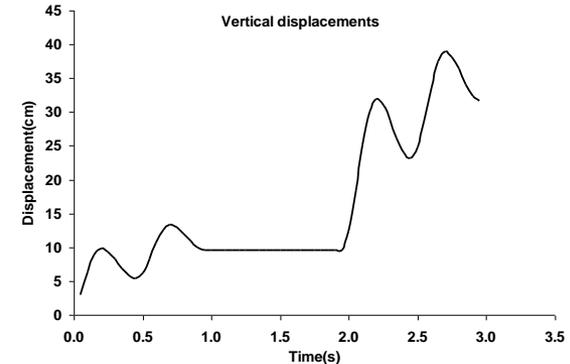
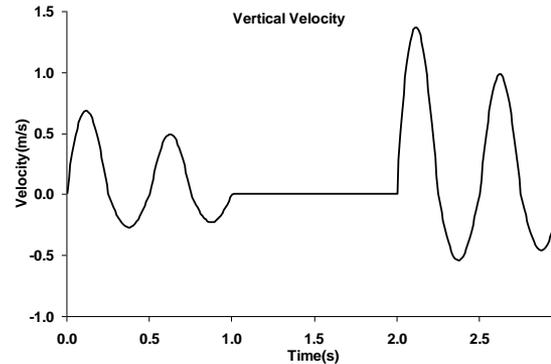
Méthode NSCD

Algorithme de détection

Modélisation géométrique à partir de structures réelles

Exemples de calcul

Conclusions et perspectives



Time history of input velocity in m/s and displacements in cm caused by these velocities over the supporting base element, (a) vertical velocity, (b) vertical displacements, (c) horizontal velocity, and (d) horizontal displacements.

# ARENES DE NIMES: CHARGEMENT STATIQUE

## Plan

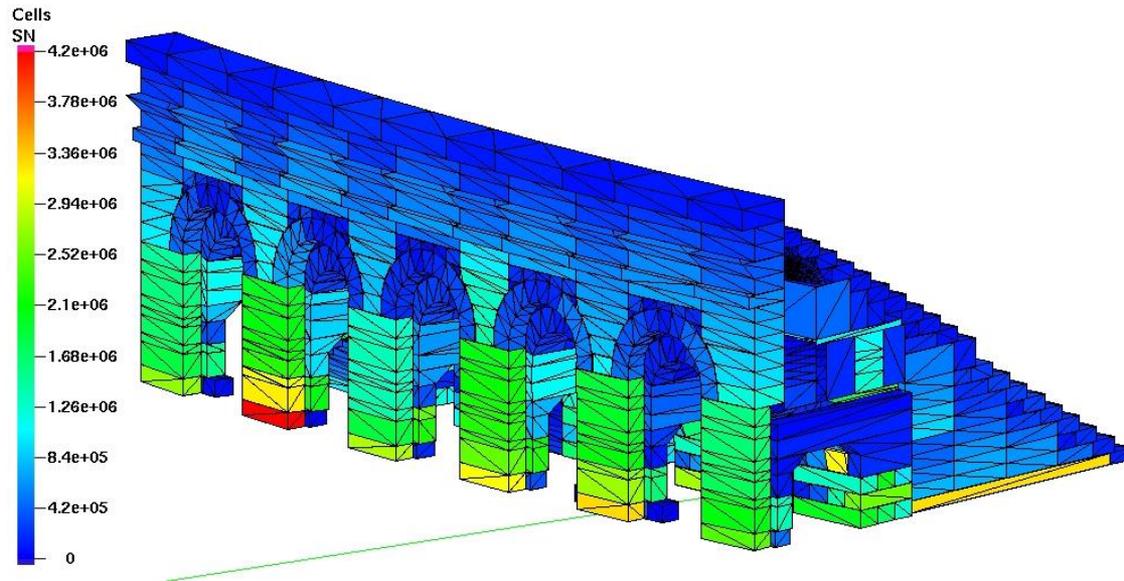
Méthode NSCD

Algorithme de  
détection

Modélisation  
géométrique à  
partir de  
structures réelles

Exemples de  
calcul

Conclusions et  
perspectives



3D rigid block model of the arena of , distribution of vertical forces on each block (in N).

# ARENES DE NIMES : SOLLICITATIONS DYNAMIQUES

## Plan

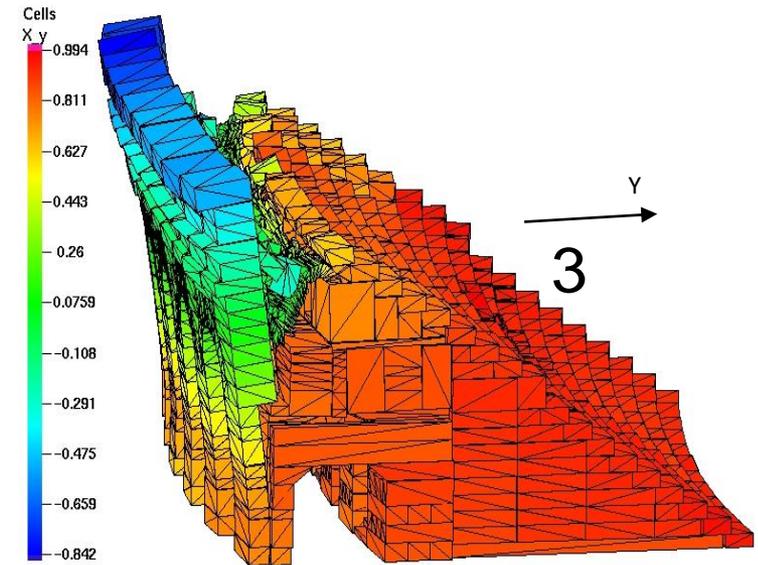
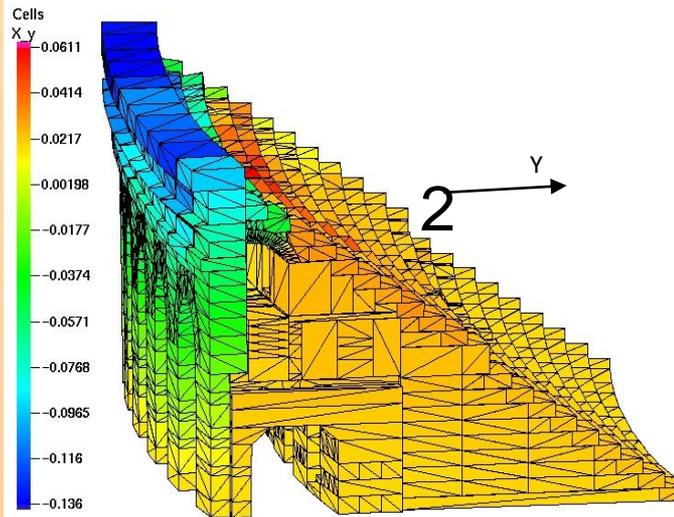
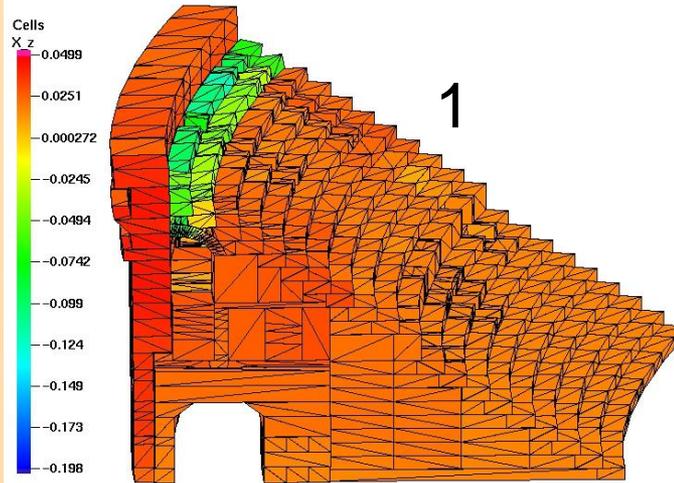
Méthode NSCD

Algorithme de détection

Modélisation géométrique à partir de structures réelles

Exemples de calcul

Conclusions et perspectives



3D rigid block models of the arena of Nimes, displacements in m produced by seismic vibrations, (a) vertical displacement after two seconds, (b) displacement in the Y direction after two seconds, and (c) displacement in the Y direction after three seconds.

# ARENES DE NIMES : MODELISATION 2D DE COUPES

## Plan

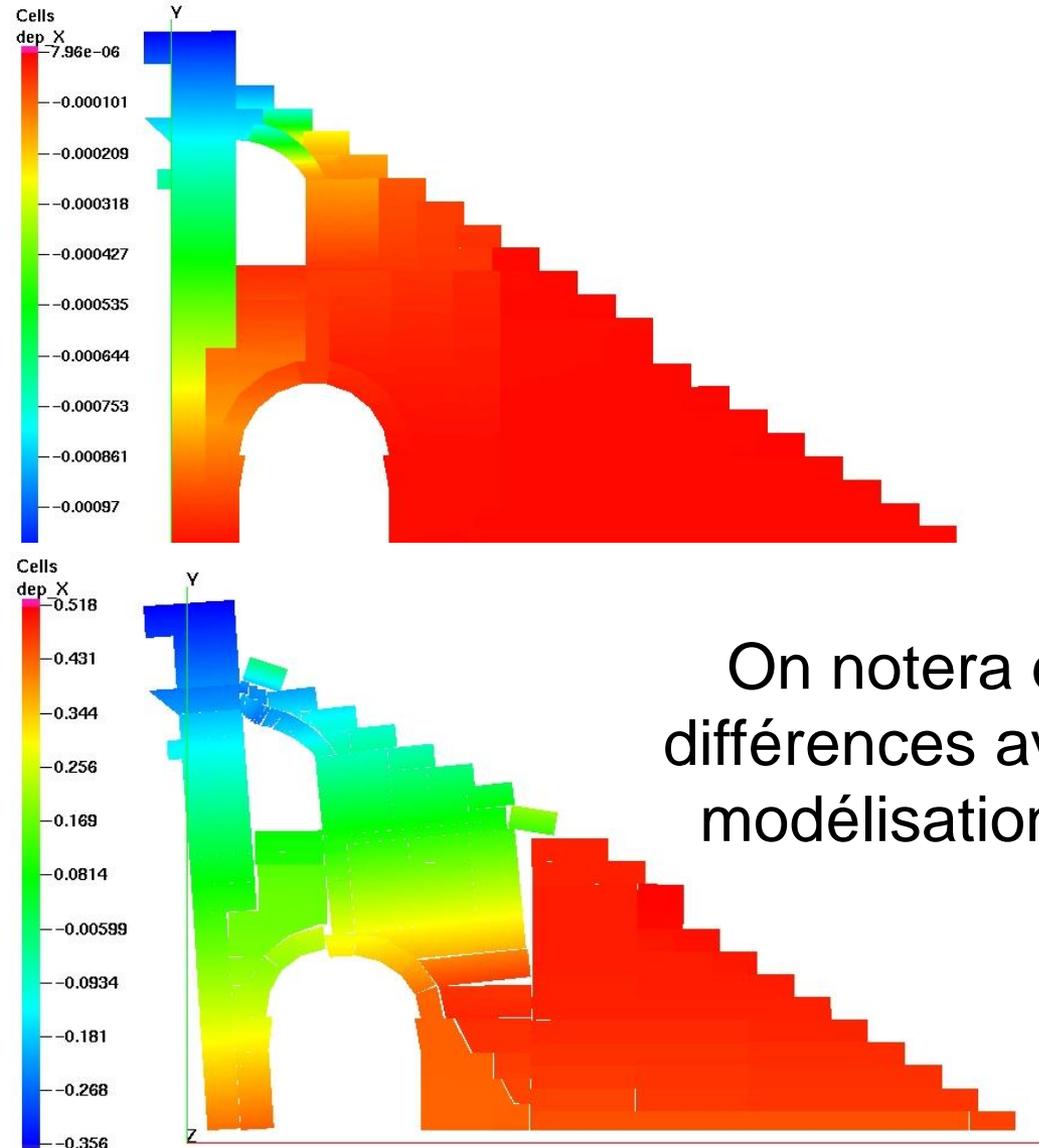
Méthode NSCD

Algorithme de  
détection

Modélisation  
géométrique à  
partir de  
structures réelles

Exemples de  
calcul

Conclusions et  
perspectives



On notera des  
différences avec la  
modélisation 3D

# ARENES DE NIMES : SIMULATION

## Plan

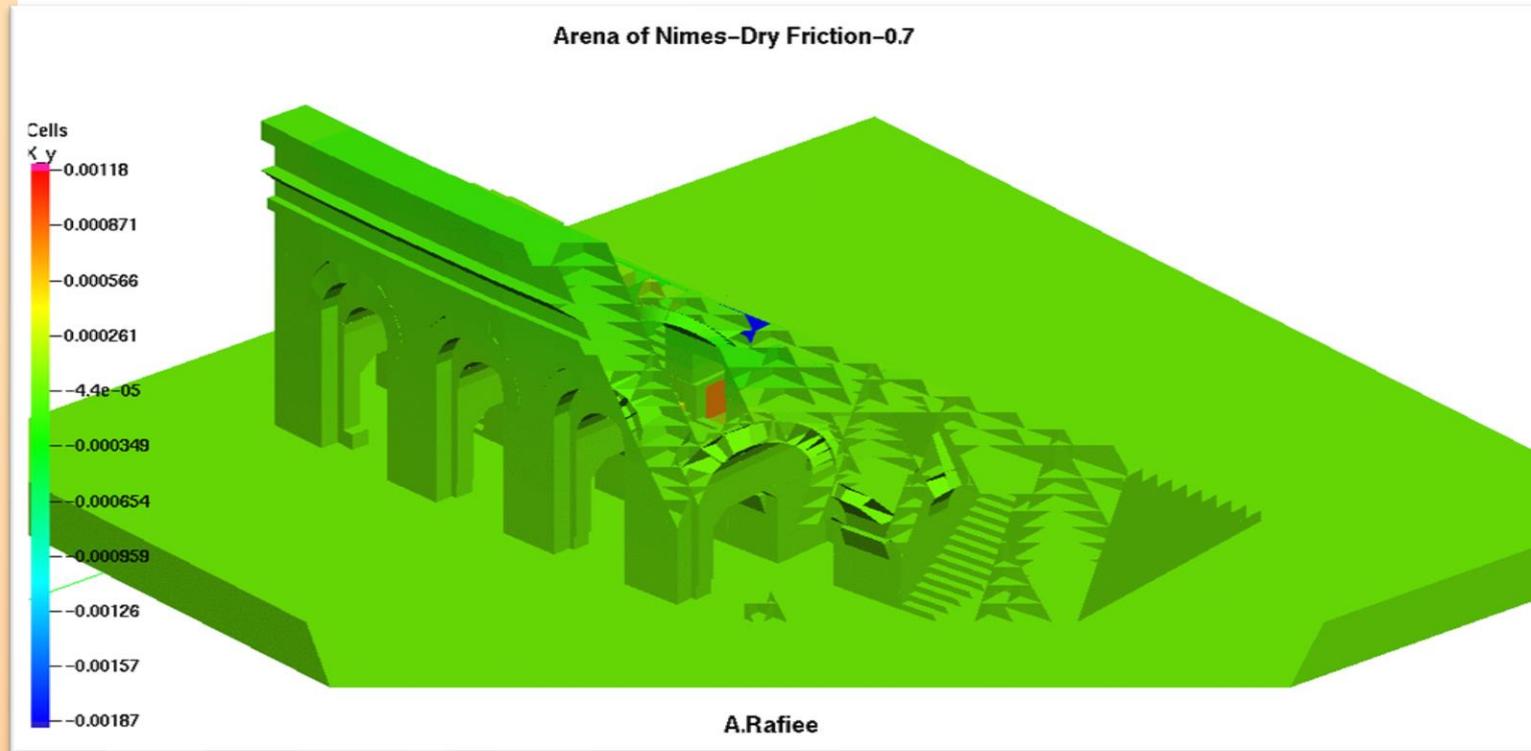
Méthode NSCD

Algorithme de  
détection

Modélisation  
géométrique à  
partir de  
structures réelles

Exemples de  
calcul

Conclusions et  
perspectives



# CONCLUSIONS

## Plan

Méthode NSCD

Algorithme de  
détection

Modélisation  
géométrique à  
partir de  
structures réelles

Exemples de  
calcul

Conclusions et  
perspectives

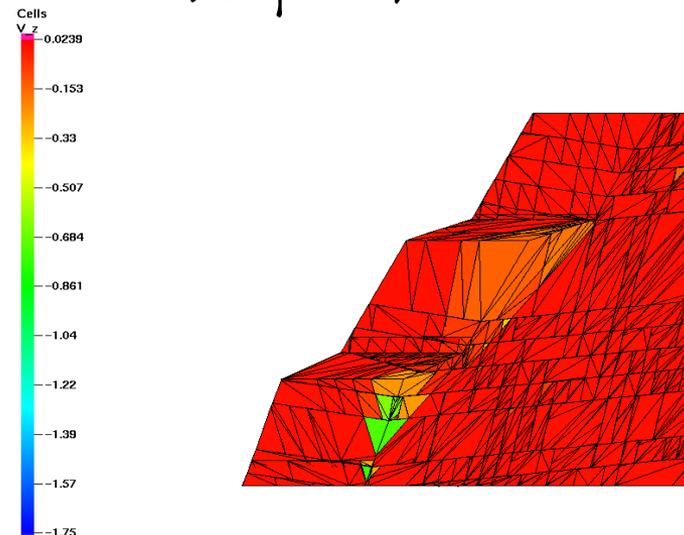
## ➤ Conclusion

La bonne détection des contacts permet une prise en compte réaliste de l'évolution des structures à éléments distincts. Les outils d'analyse permettent de tirer des enseignements sur le comportement de ces structures

## ➤ Perspectives:

➤ éléments de contacts surfacique,

➤ Mécanique des roches.



# MODELISATION PAR ELEMENTS DISCRETS DES STRUCTURES A GRAND APPAREIL

## MERCI

Ali Rafiee\*, Marc VINCHES\*, **Claude BOHATIER**\*\* , Robert Péralès\*\* ,  
Frédéric Dubois\*\*

\* CMGD – Ecole des Mines d'Alès

\*\* LMGC- Université Montpellier II

Colloque Lagrange 2007  
6-8 décembre 2007  
Ecole Polytechnique - Palaiseau  
Ferme des vallées Aufargis